INLEIDING STERRENKUNDE

College 4. Vorming van sterren.

Jonge sterren blijken altijd voor te komen in groepen, zogenaamde *associaties*. Dus sterren kunnen kennelijk niet alleen vormen. De reden hiervan is de volgende.

Jeans-massa.

Stervorming treedt op als een gaswolk samentrekt als gevolg van zijn eigen gravitatie. Samentrekking wordt altijd tegengewerkt door onderlinge bewegingen van de atomen (en moleculen); dit geeft nl. een zekere gasdruk.

In het algemeen geldt het *viriaal-theorema*, dat zegt, dat een wolk instabiel wordt als de kinetische energie T_k te klein is om de gravitatie te compenseren. De laatste wordt gekenmerkt door de potentiële energie Ω (die negatief is).

Het viriaal-theorema luidt

$$2T_\mathsf{k} + \Omega < 0$$

In een gas-bol met n deeltjes van gemiddelde massa μ is de kinetische energie

$$T_\mathsf{k} = \tfrac{1}{2} n\mu \langle V^2 \rangle$$

Uit de kinetische gastheorie weten we, dat $\langle V^2 \rangle$ gelijk is aan $3kT/\mu$. Neem een bol met een massa M (en straal R), zodat $n = M/\mu$. Dan

$$T_\mathsf{k} = \frac{1}{2}\frac{M}{\mu}\mu\frac{3kT}{\mu} = \frac{3}{2}kT\frac{M}{\mu}$$

De potentiële energie in de bol (met constante dichtheid) is gegeven door

$$\Omega = -\frac{3}{5}\frac{GM^2}{R}$$

Vul dit in in het viriaal-theorema (en elimineer R met de dichtheid $\rho = 3M/4\pi R^3$), dan volgt de minimum massa voor instabiliteit, die de *Jeans-massa* heet

$$M > M_\mathsf{J} = \left(\frac{5k}{2\mu G}\right)^{3/2} \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{T^3}{\rho}}.$$

Ook kan de bijbehorende *Jeans-straal* worden uitgerekend

$$R_\mathsf{J} = \left(\frac{15k}{8\pi\mu G}\right)^{1/2}\sqrt{\frac{T}{\rho}}$$

Meestal wordt een iets ingewikkelder afleiding gebruikt en dat geeft een eenvoudiger constante (slechts 2% verschillend):

$$M_\mathsf{J} = \left(\frac{\pi k}{\mu G}\right)^{3/2}\sqrt{\frac{T^3}{\rho}}$$

Het interstellaire gas bestaat voornamelijk uit waterstof atomen (dus de massa daarvan is de μ in de formule) en de dichtheid is ongeveer 1 H-atoom cm^{-3}. Dit is dan 1.7 $\times 10^{-21}$ kg m^{-3}.

De willekeurige snelheden $\langle V^2\rangle^{1/2}$ zijn ongeveer 7 km sec^{-1}. Dit correspondeert met een *kinetische temperatuur* van zo'n 2 $\times 10^3$ K.

Dan volgt een Jeans-massa van $M_\mathsf{J} = 3\times 10^6 M_\odot$ en de Jeans-straal $R_\mathsf{J} = 300$ pc.

Dus de fysische condities in het interstellaire medium zijn zodanig, dat samentrekking alleen kan gebeuren voor een gaswolk met een massa van (ruwweg) minstens $10^6 M_\odot$.

Pas als door samentrekking ρ groter wordt (en de temperatuur door uitstraling niet te groot wordt) kan de wolk fragmenteren.

Vrije-val tijd.

Hoe lang duurt een samentrekking?

Stel een bol voor met op tijd $t = 0$ een dichtheid $\rho_\circ$ en een straal R en dat niets de samentrekking tegenwerkt (dat is dus de vrije val).

Als de straal r is geworden, dan is de versnelling van het oppervlak

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = -\frac{GM}{r^2} = -\frac{4\pi G \rho_\circ R^3}{3r^2}$$

Vermenigvuldig dit met dr/dt (de snelheid V):

$$\frac{dr}{dt}\frac{d^2 r}{dt^2} = V\frac{dV}{dt} = -\frac{4\pi G \rho_\circ R^3}{3r^2}\frac{dr}{dt}$$

Integreer dit over de tijd t

$$\int_0^t V \frac{dV}{dt} dt = -\frac{4\pi G\rho_\circ R^3}{3} \int_0^t r^{-2} \frac{dr}{dt} dt$$

Aangezien $V(t=0) = 0$

$$\int_0^{V(t)} V \, dV = -\frac{4\pi G\rho_\circ R^3}{3} \int_R^{r(t)} r^{-2} dr$$

Dit geeft

$$\frac{1}{R}\frac{dr}{dt} = -\left[\frac{8\pi G\rho_\circ}{3}\left(\frac{R}{r} - 1\right)\right]^{1/2}$$

Hier is bij het worteltrekken het min-teken gekozen, omdat natuurlijk $dr/dt < 0$.

We moeten nu kijken, wat er gebeurt als $r \to 0$. Dit kan het beste door een nieuwe variabele β te kiezen, die gedefinieerd is met

$$\frac{r}{R} = \cos^2\beta \quad ; \quad \frac{dr}{dt} = -2R\cos\beta\sin\beta\frac{d\beta}{dt} \;\; ;$$

$$1 - \frac{r}{R} = \frac{1}{\cos^2\beta} - 1 = \frac{\sin^2\beta}{\cos^2\beta}$$

Dus

$$2\sin\beta\cos\beta\frac{d\beta}{dt} = -\sqrt{\frac{8\pi G\rho_\circ}{3}}\left(\frac{1-\cos^2\beta}{\cos^2\beta}\right)^{1/2}$$
$$= -\sqrt{\frac{8\pi G\rho_\circ}{3}}\frac{\sin\beta}{\cos\beta}$$

Dit kunnen we dan schrijven als

$$2\cos^2\beta\; d\beta = \sqrt{\frac{8\pi G\rho_\circ}{3}}dt$$

Integreer dit links en rechts (gebruik $\int\cos^2 x\; dx = x/2 + (1/4)\sin 2x$)

$$\beta + \tfrac{1}{2}\sin 2\beta = t\sqrt{\frac{8\pi G\rho_\circ}{3}}$$

De integratie-constante is 0, want voor $t = 0$ geldt $r = R$ en dus $\beta = 0$.

De vrije val is compleet op tijd $t = t_{\mathrm{ff}}$ voor $r = 0$ of $\beta = \pi/2$, en dan volgt

$$t_{\mathrm{ff}} = \sqrt{\frac{3\pi}{32G\rho_\circ}}$$

Hierin zien we, dat deze vrije-val tijd onafhankelijk is van R.

Dus alle schillen in een bol vallen in dezelfde tijd naar het centrum en dus blijft ook de dichtheid constant met straal.

Voor een dichtheid van 100 H-atomen cm^{-3} is $t_{\rm ff} = 5 \times 10^6$ jaar. Dus de samentrekking van een gaswolk, die aanleiding geeft tot de vorming van een ster-cluster duurt van de orde van slechts miljoenen jaren.

Fragmentatie.

Neem een bolvormige wolk met massa M, straal R en temperatuur T. Tijdens een vrije val zou alle potentiële energie moeten vrijkomen; dus $3GM^2/5R$ in een tijd $t_{\rm ff}$. Dus vrijkomende energie per seconde

$$E_+ = \frac{3G}{5}\frac{M^2}{R}\left(\frac{32G\rho}{3\pi}\right)^{1/2}$$

De uitgestraalde energie is de zwarte-lichaam straling behorende bij de temperatuur van het gas (en stof):

$$E_- = 4\pi R^2 \sigma T^4$$

Zolang E_- groter is dan E_+ zal de samentrekkende gaswolk effectief de vrijkomende energie kunnen wegstralen. Dus T zal niet stijgen.

Dus als de samentrekking begint en botsingen tussen gasdeeltjes (en het stof) vaker optreden door de toenemende dichtheid, zal de koeling zeer effectief worden. Maar het kan nooit verder koelen dan de temperatuur van de *kosmologische achtergrondstraling* van 2.7 K door absorptie van de fotonen daarvan. In de praktijk blijkt het iets hoger te zijn.

Dus de temperatuur blijft laag, maar de dichtheid neemt toe. Dus op elke plaats neemt de Jeans-massa af. Daardoor fragmenteert de wolk in kleinere delen.

Dit kan niet oneindig lang doorgaan. De reden is, dat als de dichtheid groter wordt, het moeilijker wordt warmte uit te stralen. Voor elk fragmentje gelden de formules voor E_+ en E_- en aangezien $M \propto R^3\rho$ en $\rho \propto R^{-3}$ volgt

$$E_+ \propto R^{-1/2} \quad ; \quad E_- \propto R^2$$

Dus als R kleiner wordt komt er meer energie vrij, maar kan er minder worden uitgestraald. Dus op een moment komt er een situatie, dat de temperatuur gaat stijgen en dus de Jeans-massa niet langer afneemt.

We kunnen uitrekenen bij welke Jeans-massa dit gebeurt door E_+ en E_- gelijk te stellen.

$$T^4 = \frac{3G}{5\sigma}\left(\frac{32G\rho}{3\pi}\right)^{1/2}\frac{M^2}{4\pi R^3}$$

Met $M = (4/3)\pi R^3 \rho$ geeft dit

$$T^4 = \frac{G}{5\sigma}\left(\frac{32G\rho}{3\pi}\right)^{1/2} M\rho^{3/2}$$

Uit de formule van de Jeans-massa krijgen we

$$\rho^{1/2} = \left(\frac{\pi k}{\mu G}\right)^{3/2}\frac{T^{3/2}}{M_{\mathrm{J}}}$$

en na substitutie en enige algebra vinden we dan

$$M_{\mathrm{J,min}} = \left(\frac{32}{75}\right)^{1/4}\pi^2\left(\frac{1}{G^3\sigma}\right)^{1/2}\left(\frac{k}{\mu}\right)^{9/4} T^{1/4}$$

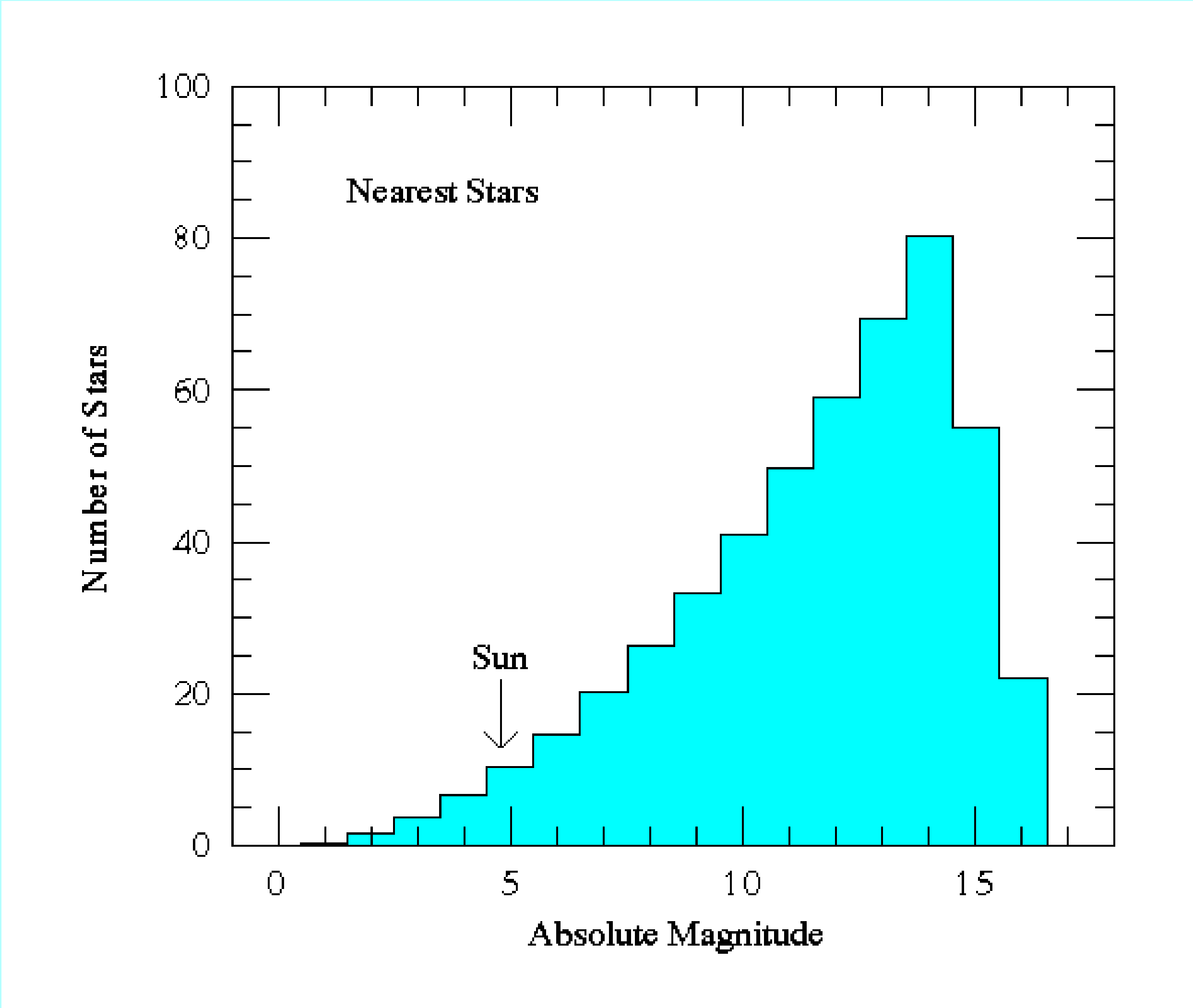
Voor $T = 2.7$ K volgt dan

$$M_{\mathrm{J,min}} = 0.026\ M_\odot$$

Een gedetailleerde berekening geeft iets minder, namelijk $0.007\ M_\odot$.

Dus het fragmentatie proces stopt bij minder dan 10 keer de massa van Jupiter. Ook zullen niet overal de fysische condities hetzelfde zijn en daarom komen er sterren van diverse massa's, en wel weinig zware en veel lichte.

Dit zien we gereflecteerd in de *Helderheids-functie* van hoofdreeks sterren in de zons-omgeving. Dit is het aantal per volume-eenheid als functie van absolute magnitude. Dit correspondeert met een verdeling naar massa.

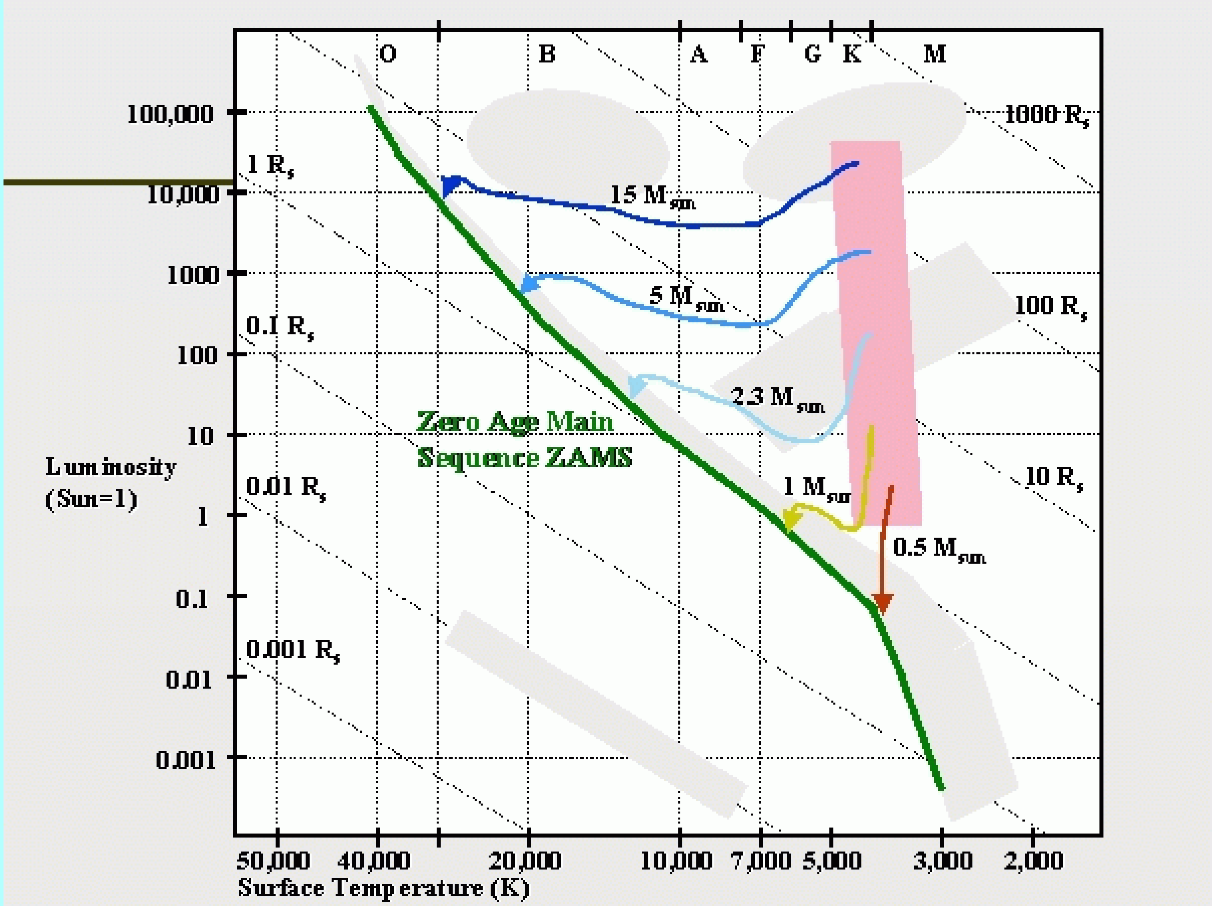


Samentrekking naar de Hoofdreeks.

Als de temperatuur gaat stijgen, gaat de (proto-) ster meer licht uitzenden.

Men heeft dan het pad door het Hertzsprung–Russell diagram kunnen uitrekenen.

Het gaat ongeveer zo, dat snel de lichtkracht van de Hoofdreeks bereikt wordt en dat daarna de temperatuur (van het oppervlak, maar natuurlijk ook in het centrum) toeneemt; dus ruwweg een horizontaal pad naar links



Dit gaat door tot de ster de Hoofdreeks bereikt en dan is de temperatuur in het centrum zo hoog geworden (van de orde van 10^7 K), dat kernreakties kunnen gaan optreden.

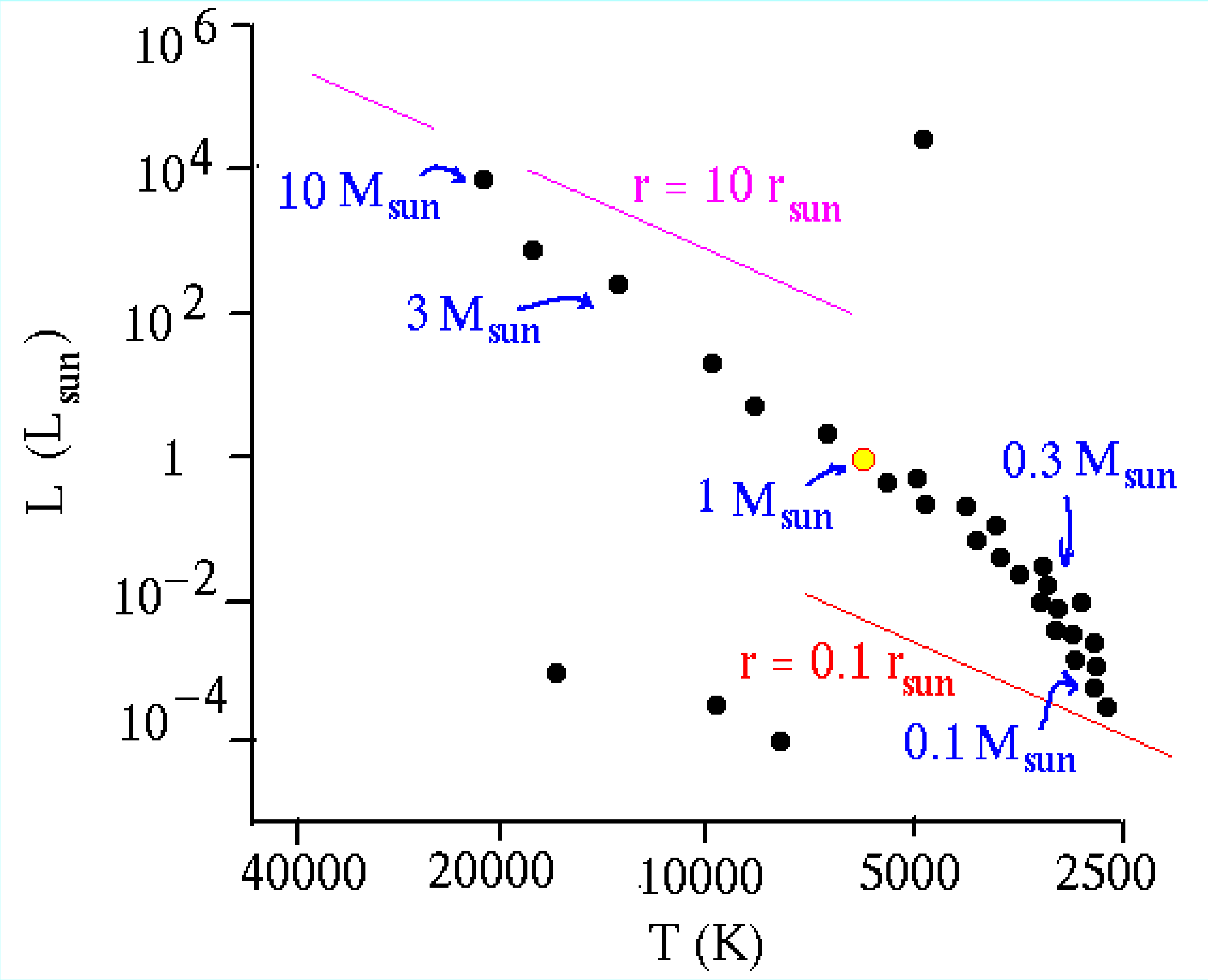
De tijd, dat die contractie duurt, kan worden uitgerekend met de *Kelvin–Helmholtz contractietijd*.

Deze is voor het eerst berekend om te kunnen schatten hoelang de zon zou kunnen blijven bestaan. De aanname was, dat de zon straalt door de kinetische energie van de deeltjes.

De Kelvin–Helmholtz contractietijd is de totaal beschikbare potentiële energie gedeeld door de lichtkracht. Als de samentrekking langzaam geschiedt, is volgens het viriaal theorema op elk moment de kinetische energie net iets minder dan de helft van de potentiële energie. Dus

$$t_{\mathrm{KH}} = \frac{T_{\mathrm{kin}}}{L} = -\frac{\Omega}{2L} = \frac{3GM^2}{10RL}$$

Voor de zon komt hier dan 9.2×10^6 jaar uit.



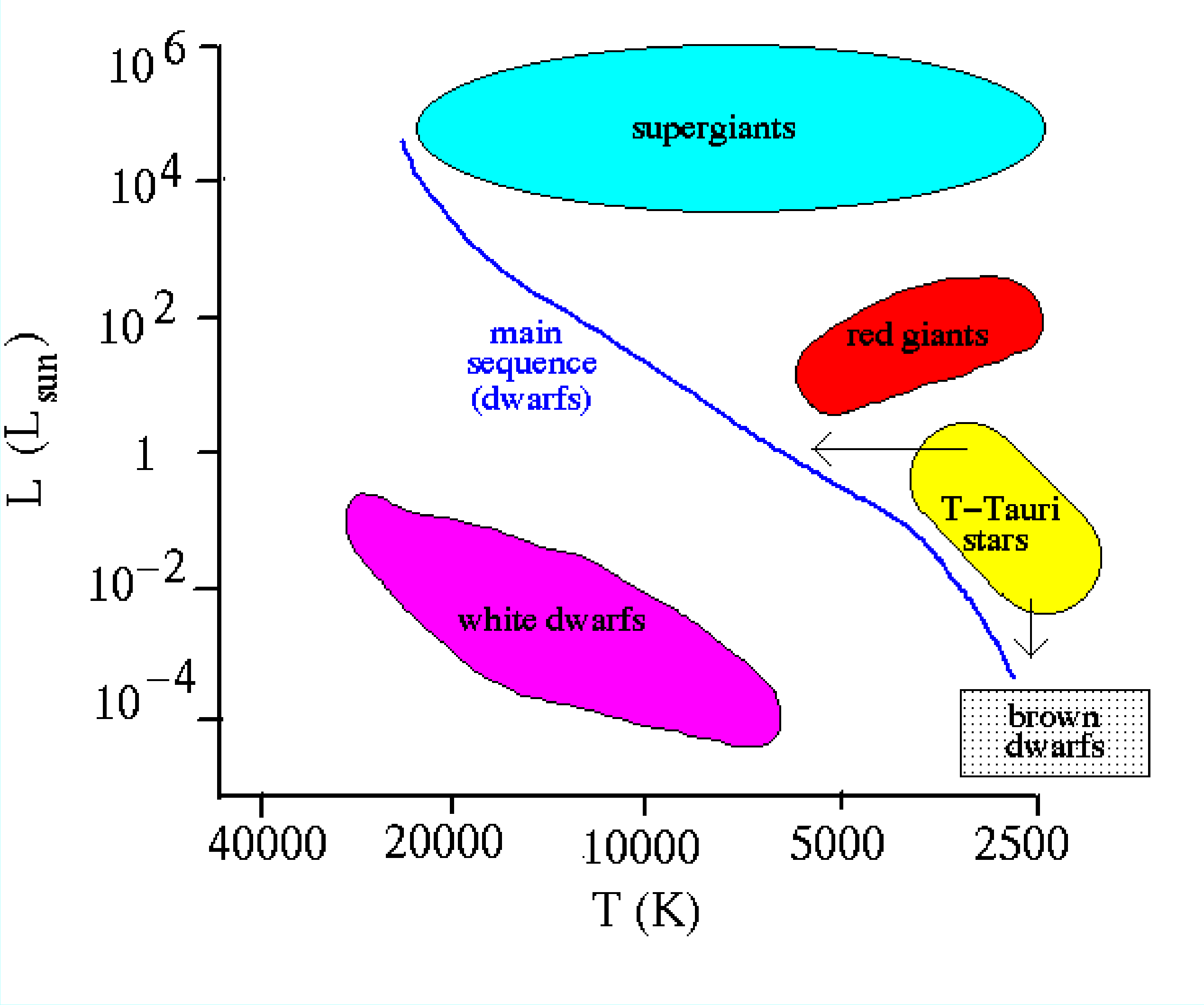
Uit wat we weten van het Hertzsprung–Russell diagram kunnen we al voor de Hoofdreeks schatten, dat $L \propto M^3$ en $R \propto M^{1/2}$, zodat

$$t_{\mathrm{KH}} \propto M^{-3/2}$$

Omdat de contractie naar de Hoofdreeks ongeveer gebeurt als tijdens Kelvin–Helmholtz contractie is t_{KH} een goede schatting.

Het loopt uiteen van 10^5 voor zware O-sterren tot 10^8 jaar voor de lichte M-sterren. Nog lichtere sterren worden nooit heet genoeg om kernreakties te beginnen en worden langzaam uitdovende *bruine dwergen*.

De langzaam samentrekkende lichte sterren zijn te zien als zogenaamde *T Tauri sterren*, die een onregelmatig patroon van helderheidsverandering vertonen.



De contractie periode voor zware sterren duurt zo kort, dat we gaswolk, waaruit ze zijn ontstaan, nog in de omgeving zien. Dit zijn grote wolken met massa's tot $10^6 M_\odot$ (zoals verwacht) vol gas, moleculen en stof. Men noemt ze *Large Molecular Clouds*.

De jonge, zware sterren zijn al op de Hoofdreeks en dan te zien als *OB-associaties*. Ze komen immers in groepen voort.

Er zijn zo ook *T-associaties* van T Tauri sterren. Kennelijk zijn dit gebieden, waar alleen lichtere sterren vormen.

Soms blijven de sterren, die gelijk zijn gevormd, bij elkaar en vormen sterrenhopen of sterclusters. Meestal "verdampen" ze door gravitatie invloeden van de omgeving.

Het is niet meer na te trekken welke sterren samen met onze zon vormden.