INLEIDING STERRENKUNDE

College 10. Kosmologie.

Kosmologisch Principe

Gebaseerd op waarnemingen stelt men dat het heel homogeen en isotroop is.

Isotroop wil zeggen hetzelfde in alle richtingen.

Homogeen wil zeggen hetzelfde op gelijke afstanden (=tijden).

Newtonse Kosmologie

De structuur van het heelal wordt bestudeerd met de veldvergelijkingen van Einstein's Algemene Relativiteitstheorie. De belangrijkste zaken kunnen al bestudeerd worden met Newtonse gravitatie.

Neem een deel van het heelal met straal R en dichtheid $\rho(t)$. De massa daarin is

$$M = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho(t)$$

M blijft constant met de tijd tijdens de expansie.

Aan het oppervlak van dit bolvormig volume geldt alleen de zwaartekracht naar binnen (de rest van het heelal oefent geen netto kracht uit).

Dus (kracht = versnelling; alles per massa-eenheid)

$$\ddot{R} + \frac{GM}{R^2} = 0$$

Of

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}\rho R$$

Integreer de eerste vergelijking ($dR = \dot{R}dt$)

$$\int \ddot{R}\dot{R}dt + \int GMR^{-2}dR = 0$$

Uitvoeren van deze integraal geeft rechts een constante, die volgt uit de Algemene Relativiteitstheorie

$$\tfrac{1}{2}\dot{R}^2 - \frac{GM}{R} = \tfrac{1}{2}kc^2$$

met k = -1, 0, +1.

Dan volgt het Newton equivalent van de veld-vergelijking

$$\dot{R}^2 = \frac{8\pi}{3} G\rho(t) R^2 + kc^2 = \frac{2GM}{R} + kc^2 \qquad (1)$$

Definieer de Hubble constante

$$H \equiv \frac{\dot{R}}{R}$$

en de deceleratieparameter

$$q \equiv -\frac{\ddot{R}R}{\dot{R}^2} = \frac{4\pi G\rho(t)}{3H^2}$$

Per definitie $q \geq 0$, maar verandert wel met de tijd.

Vul dit in in (1), dan

$$\dot{R}^2 = \frac{-kc^2}{1-2q} \qquad (2)$$

- Kijk eerst naar het geval $k = 0$.

Dit heet het Kritisch of Einstein–de Sitter heelal.

Volgens (2) is $k = 0$ alleen mogelijk als $q = \frac{1}{2}$.

Dan zien we uit (1), dat $\dot{R} \propto R^{-1/2}$. Neem $R \propto t^x$ dan is gemakkelijk te zien, dat $x = 2/3$.

Oplossing van de veldvergelijking geeft dan

$$R = (6\pi G\rho)^{1/3} t^{2/3}$$

Uit de definitie van de Hubble constante volgt dan

$$\frac{1}{H} = \frac{R}{\dot{R}} = \frac{2}{3}t$$

Met $H = 70$ km s^{-1} Mpc^{-1} volgt de leeftijd van het heelal als 9.3×10^{9} jaar.

Invullen van $q = \frac{1}{2}$ in de definitie van q geeft

$$\rho_{\text{crit}} = \frac{3H^2}{8\pi G}$$

Dit komt dan uit als 1.06×10^{-29} g cm^{-3}.

• Het geval $k = -1$.

Aangezien $\dot{R}^2$ natuurlijk positief is volgt uit (2), dat $q < \frac{1}{2}$.

Dan wordt (1)

$$\dot{R}^2 = 2GMR^{-1} - c^2$$

Dus we zien dan, dat als het heelal expandeert $\dot{R}$ kleiner wordt en op een gegeven moment 0. De expansie stopt dus en wordt gevolgd door contractie (de "Big Crunch").

Dit heet een gesloten heelal.

De veldvergelijking is niet analytisch te integreren, dus er is geen eenvoudige formule voor de leeftijd. Deze is wel kleiner dan in het kritische geval.

• Het geval $k = +1$.

Aangezien $\dot{R}^2$ natuurlijk positief is volgt uit (2), dat $q > \frac{1}{2}$.

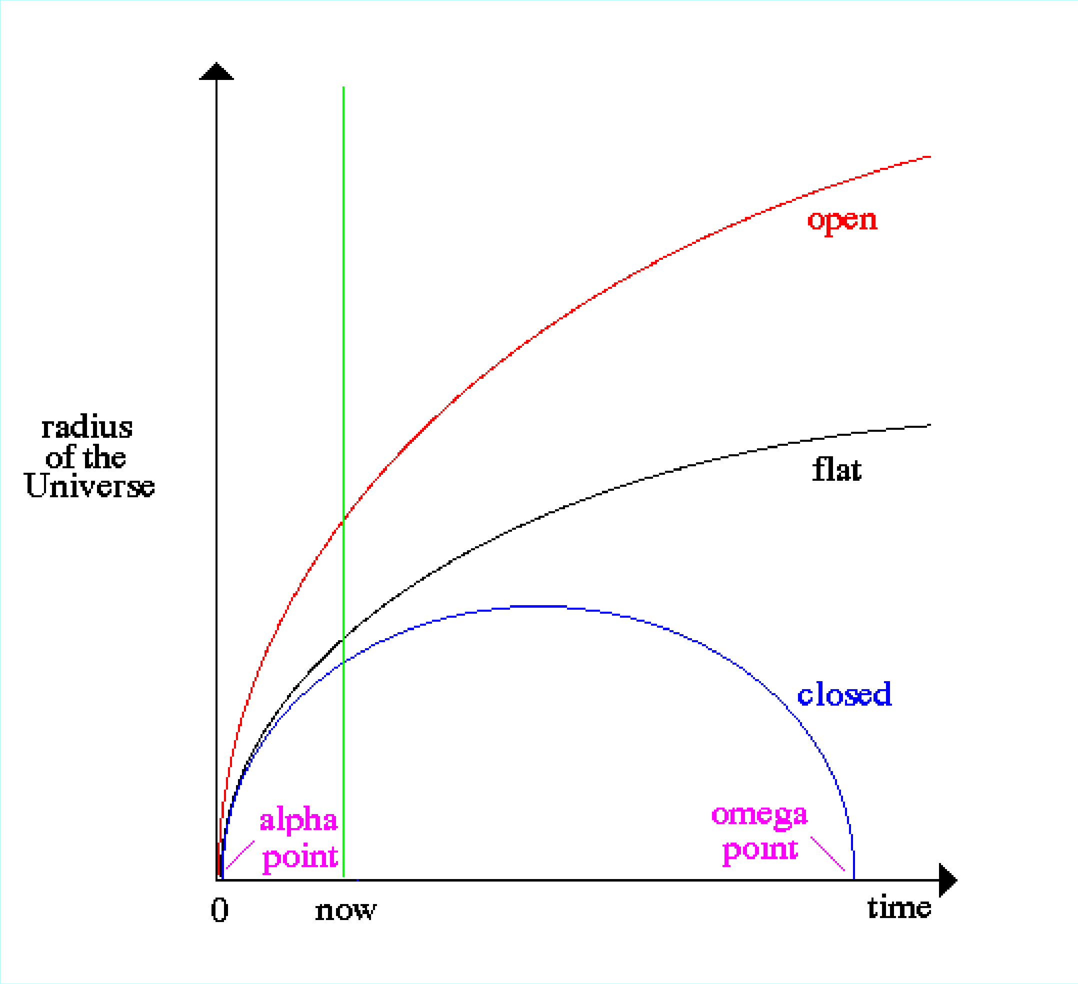
Dan wordt (1)

$$\dot{R}^2 = 2GMR^{-1} + c^2$$

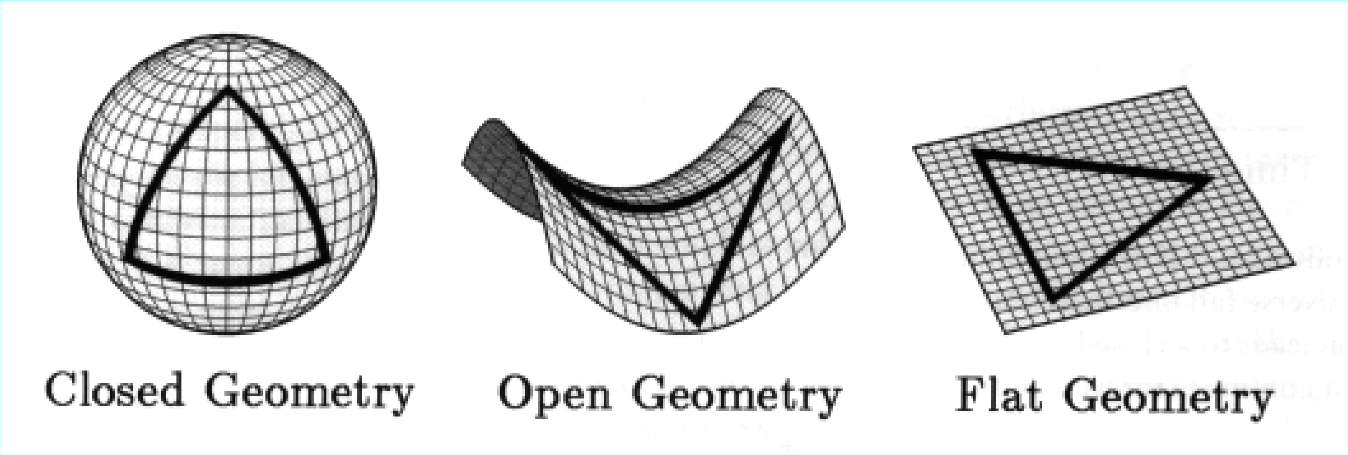
Dus met de expansie neemt $\dot{R}$ wel af, maar wordt nooit 0. De expansie gaat oneindig lang door.

Dit heet een open heelal.

De leeftijd is nu langer dan in het kritische geval.



De Algemene Relativiteitstheorie beschrijft de cosmologie als een geometrie van het heelal.



In de moderne literatuur wordt in plaats van q vaker de dichtheidsparameter Ω gebruikt

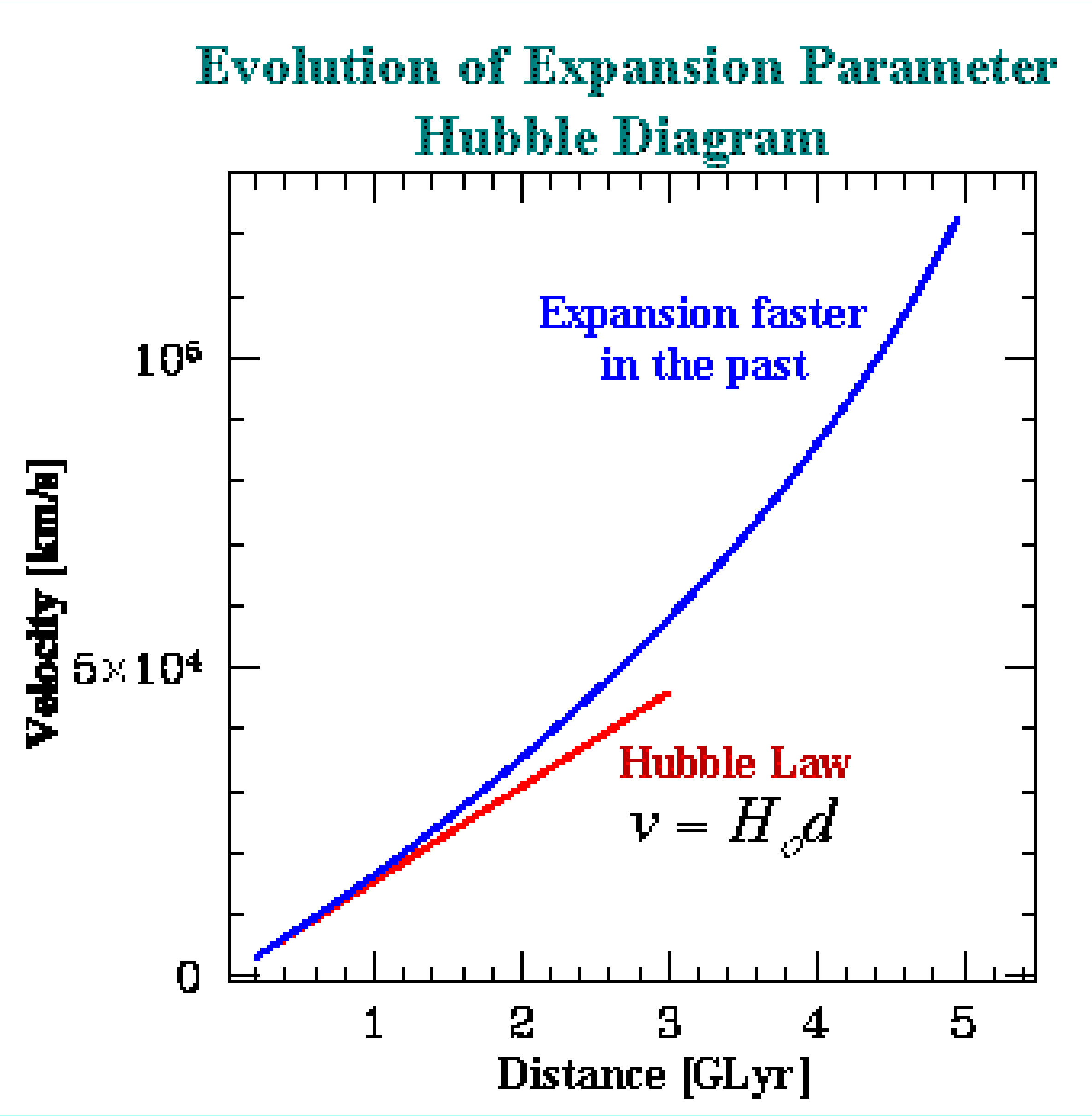
$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_{\text{crit}}} = 2q$$

Als we alle bekende materie in het heelal optellen krijgen we $\Omega \approx 0.2$.

In de cosmologie ontstaat de roodverschuiving doordat alles de expansie van de ruimte volgt. Dus eigenlijk is het fysisch iets anders dan het Doppler-effect.

$$z = \frac{\Delta\lambda}{\lambda} = \frac{\dot{R}}{c} = HR$$

Ω of q kunnen ook bepaald worden uit de geometrie. Immers als z groot wordt zien we stelsels op een moment, dat de expansie groter was.



De kromming van de lijn hangt af van de waarde van Ω.

Einstein kon geen statische oplossing vinden van zijn veldvergelijkingen.

De Sitter (leerling van Kapteyn en directeur in Leiden) liet zien, dat het wel kon met een expanderend heelal.

Einstein voerde echter de cosmologische constante Λ in. Dan wordt de begin-vergelijking

$$\frac{\ddot{R}}{R} = -\frac{4\pi}{3}\rho R + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

Het is een soort extra afstotende kracht, onafhankelijk van de afstand.

Men splitst dan Ω wel in een deel als gevolg van de materie (als we eerst hadden) en een deel afkomstig van Λ

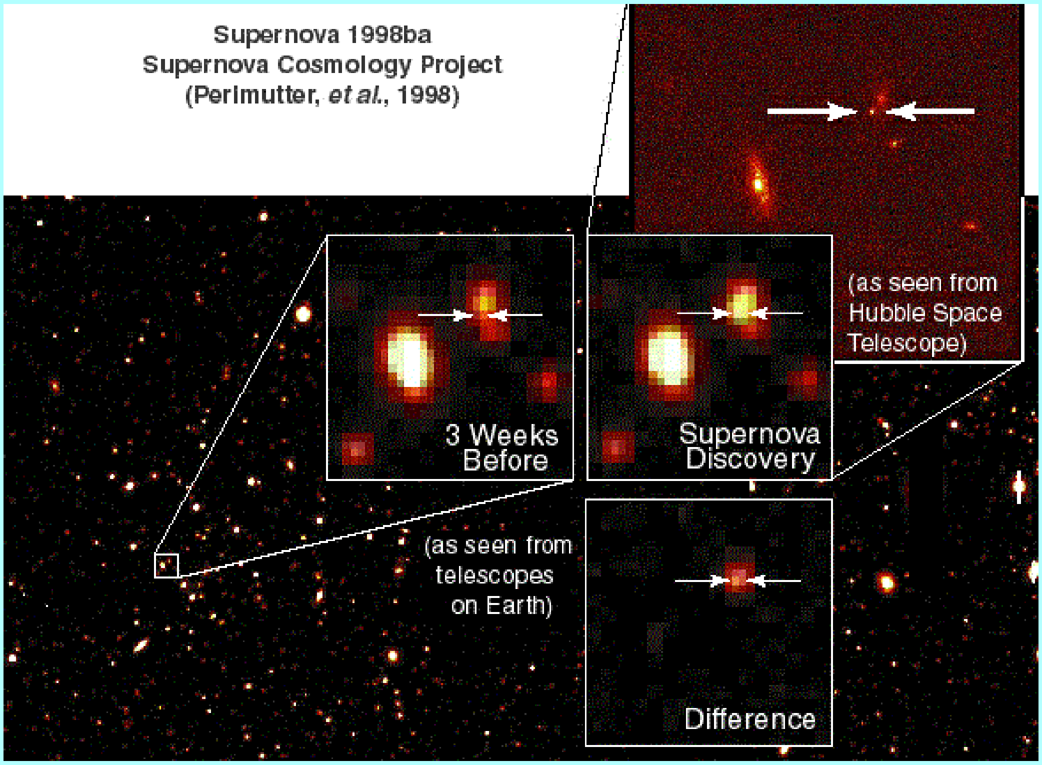
$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}$$

Dat heeft ook effect op het Hubble diagram.

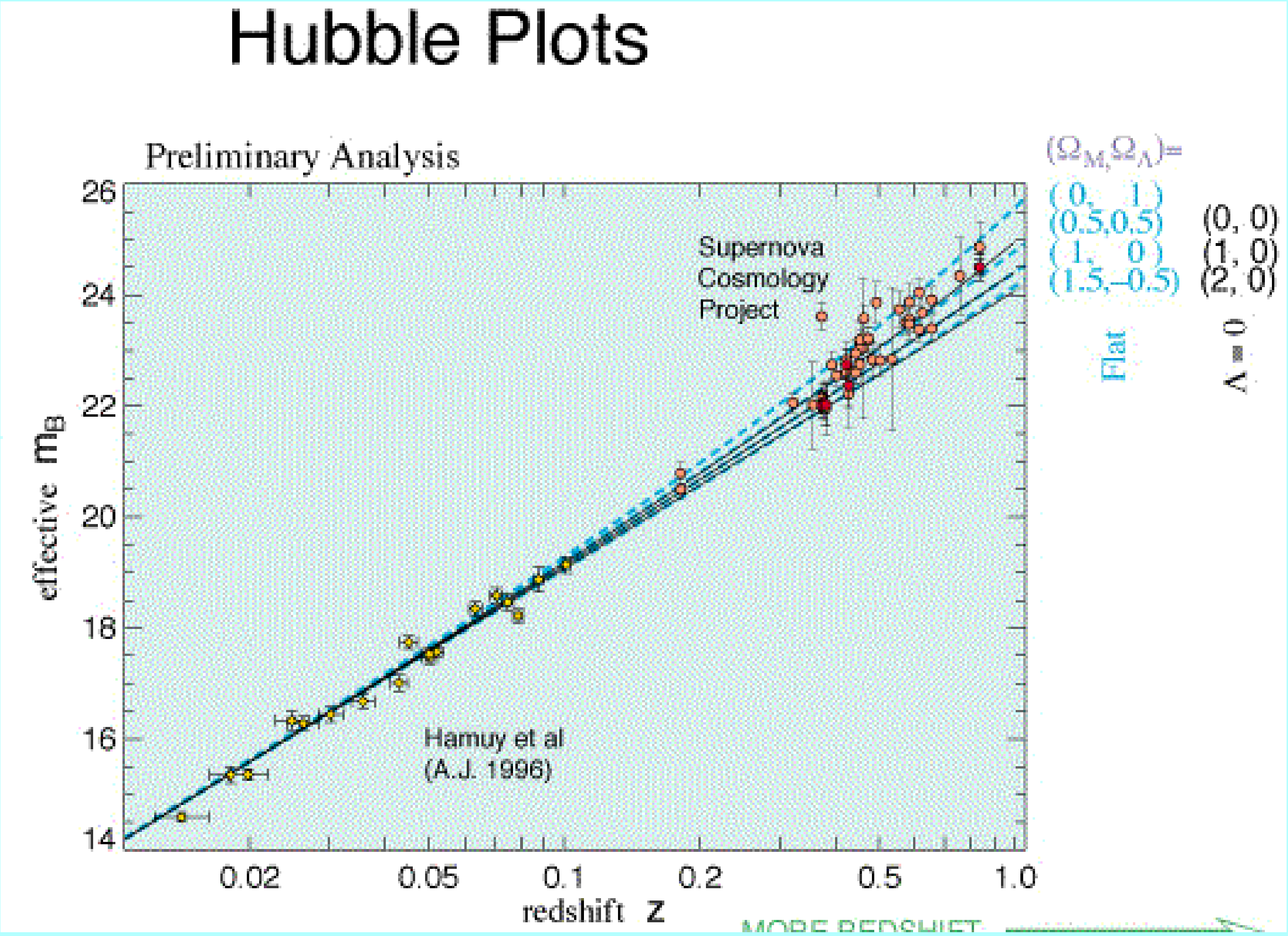
Het Hubble diagram is moeilijk te gebruiken voor melkwegstelsels. Want de evolutie effecten zijn moeilijk te scheiden (en zijn zeker vergelijkbaar met) de kosmologische effecten.

Een uitkomst zijn Supernovae Type Ia, dus afkomstig van explosies in dubbelsterren met massa-overdracht.

Deze hebben waarschijnlijk altijd dezelfde helderheid in het maximum. Men kan ze nu met speciale zoekprogramma's vinden tot op hoge roodverschuiving.



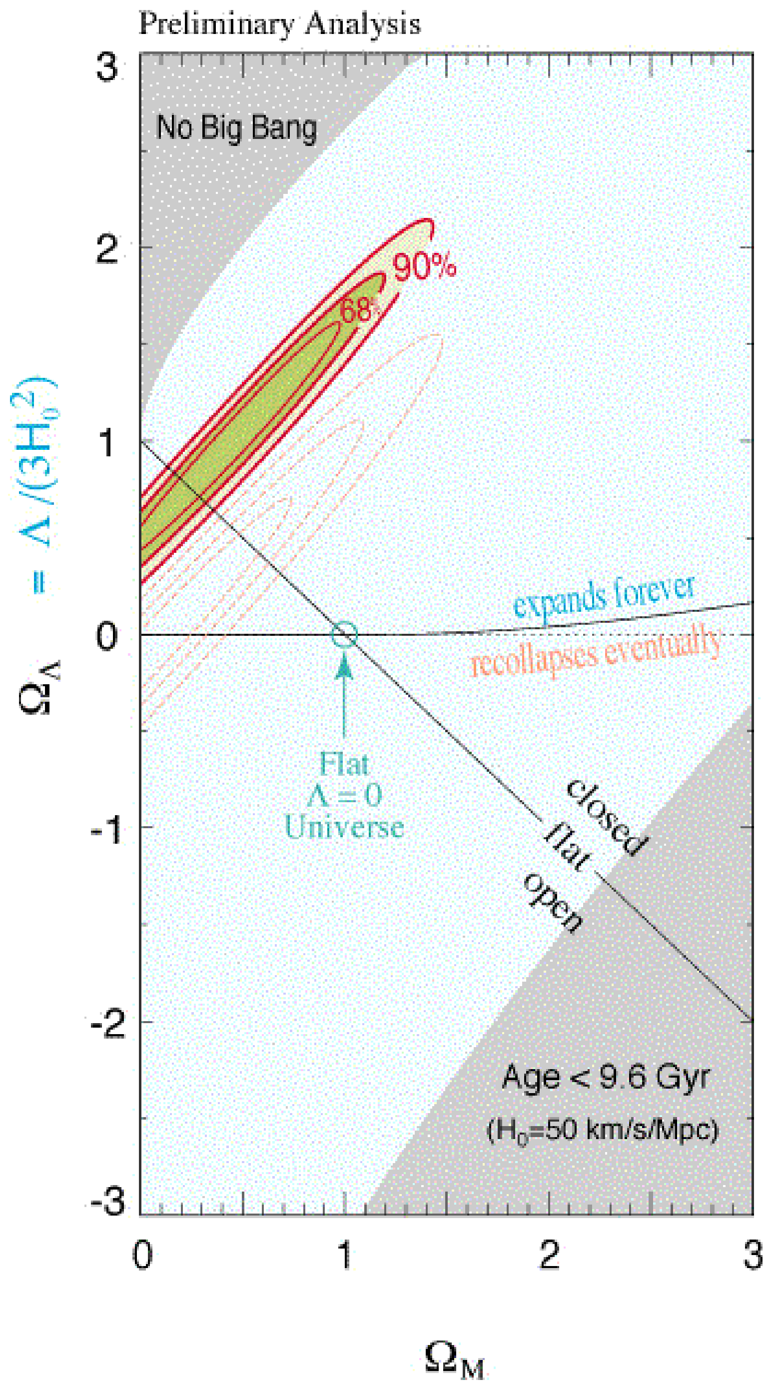
Het Hubble diagram geeft dan geen goede fit zonder kosmologische constante.



Volgens deze metingen zou de expansie van het heelal dus versnellen.

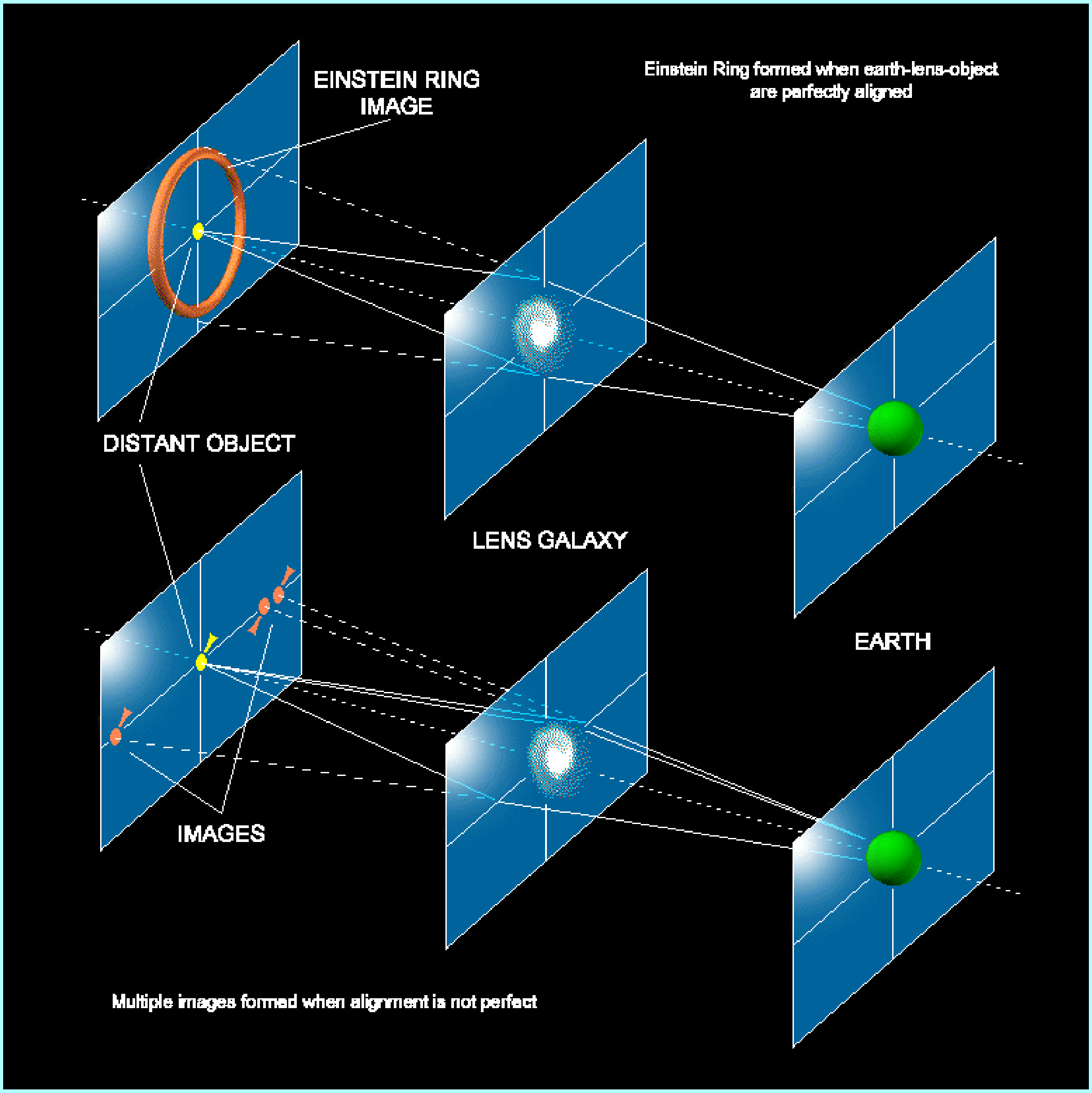
Het effect is maar een paar tienden van een magnitude!

Results: Ω vs Λ from 40 supernovae



Gravitatielenzen

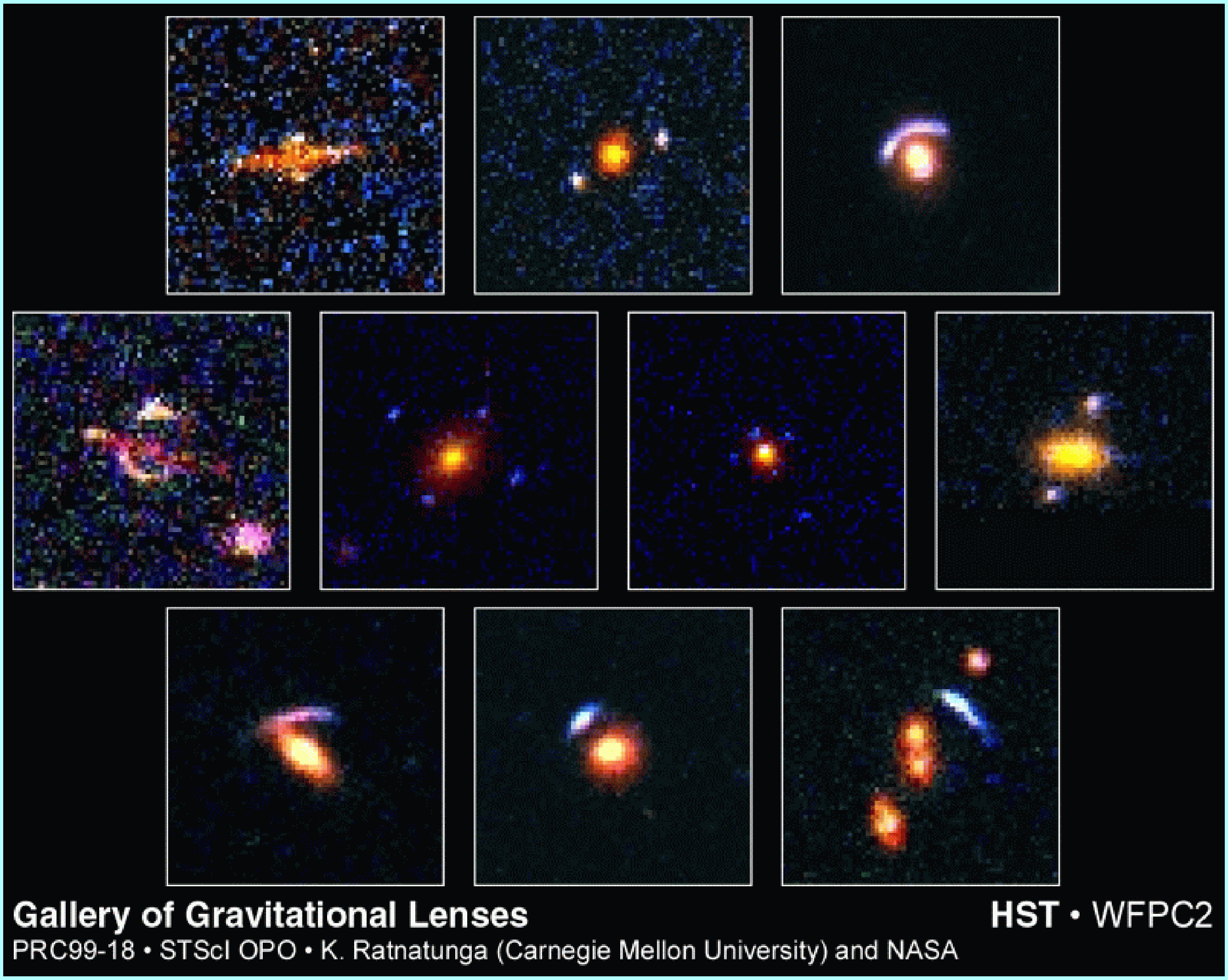
Men kan thans verweg liggende stelsels en quasars bestuderen via gravitatielenzen.



In deze schets gaat het om een lens die effectief een puntmassa is.

Over het algemeen wordt het achtergrondstelsel meerdere malen afgebeeld.

Er zijn diverse gravitatielenzen waargenomen.

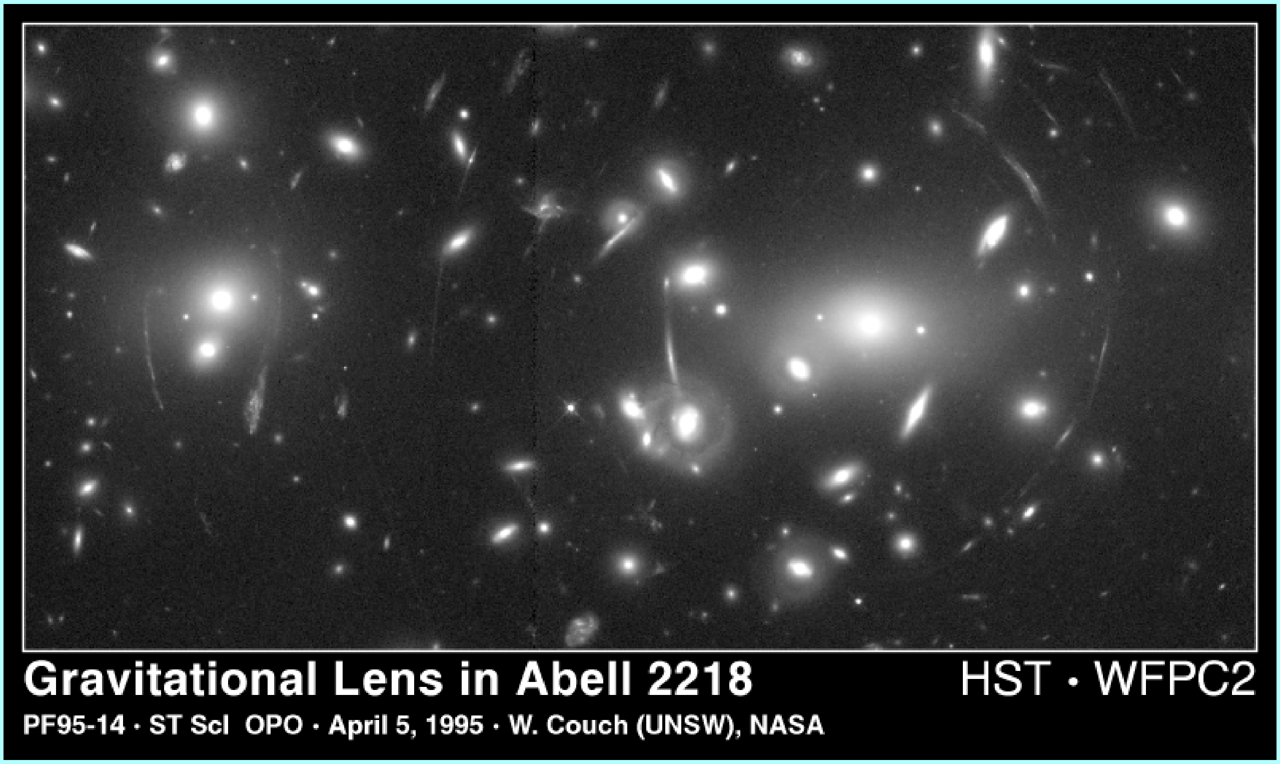


Ze kunnen ook gebruikt worden om de massa van de lens te bepalen.

En als de bron variabel is (een quasar is dat vaak) kan uit tijdsverschillen de Hubble constante en bij hoge roodverschuiving de dichtheidsparameter worden gemeten.

Clusters van melkwegstelsels kunnen als geheel ook als gravitatielenzen optreden.

Omdat het dan om een uitgesmeerde massa gaat zijn de beelden eerder kleine boogjes ("arcs") geworden.



Hiermee kan de massa van de cluster worden bepaald. Men vindt dan, dat de cluster grote hoeveelheden donkere materie moet bevatten. Dit is veel meer uitgesmeerd dan de massa in de stelsels.

Overigens had men daarvoor al aanwijzingen gevonden uit de bewegingen van de stelsels in de cluster.

Hiervoor begruikt men weer het viriaal theorema voor stabiliteit $2T + \Omega \approx 0$.

$$2T = \sum mV^2 \approx M\langle V^2\rangle \approx -\Omega \approx \frac{3GM}{5R}$$

Hierin is $\langle V^2\rangle$ de gemiddelde onderlinge snelheid (ook wel snelheidsdispersie). Dan is de massa van de cluster

$$M \approx \frac{5\langle V^2\rangle R}{3G}$$

De Big Bang

Toen het heelal heel jong was, was het erg heet.

Na drie minuten recombineerde de protonen en neutronen en vormden helium.

Dit in een verhouding ruwweg 75% waterstof en 25% helium. Deze verhouding zien we nu nog.

Dit komt uit de verhouding tussen protonen en neutronen, zoals die door botsingen werd onderhouden. Deze verhouding volgt direkt uit de theorie van de zwakke wisselwerkingen.

Zwaardere elementen konden niet gevormd worden wegens de afwezigheid in de natuur van elementen met massanummers 5 en 8.

Er waren ook zeer grote hoeveelheden neutrino's, die nu allemaal nog bestaan.

Er was ook zeer veel straling, die in interactie was met de materie (absorptie en emissie).

Het heelal was dus ondoorzichtig tot het zover was geëpandeerd, dat het doorzichtig werd (na ongeveer 10^5 jaar).

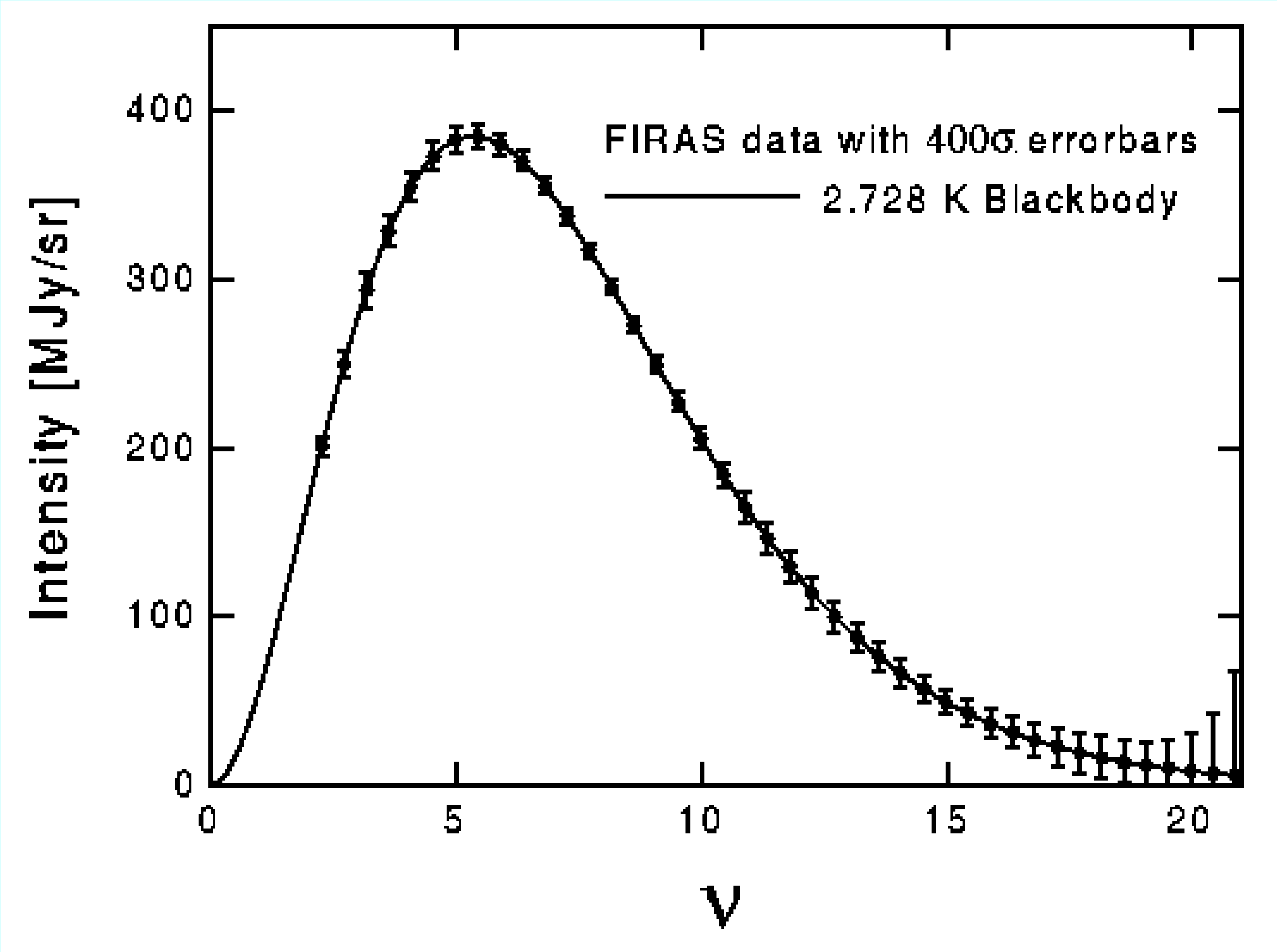
Daarna bewogen de fotonen vrij door het heelal en werden niet meer geabsorbeerd.

We zien dat in de kosmologische achtergrond-straling, die vrijwel uniform is.

De temperatuur ervan volgt nauwkeurig die van een perfect zwarte lichaam.

De temperatuur is 2.726 ± 0.010 K.

Het stralingsveld is in de loop der tijd afgekoeld door de expansie van het heelal.



Volgens de thermodynamica

$$d(uV) + p\,dV = dQ$$

Hier is u de energiedichtheid (hier dus van straling, d.w.z. $u = aT^4$), V het volume, p de druk (stralingsdruk $u/3$) en dQ de energie toename (en die is 0). Dus

$$\frac{4}{3}u\,dV + V\,du = 0$$

Neem een bolvormig volume met straal R

$$V = \frac{4}{3}\pi R^3 \ \ ; \ \ dV = 4\pi R^2 dR$$

Verder

$$u = aT^4 \ \ ; \ \ du = 4aT^3 dT$$

Dus

$$\frac{4}{3}aT^4 4\pi R^2 dR + \frac{4}{3}\pi R^3 4aT^3 dT = 0$$

$$T\,dR + R\,dT = 0$$

$$\frac{dT}{T} = -\frac{dR}{R}$$

Integreer

$$\ln T = -\ln R \qquad T \propto R^{-1}$$

$T = \infty$ voor $R = 0$ en $T = 0$ voor $R = \infty$

Dus het kosmologische stralingsveld koelt af, omdat het volume bij de expansie groter wordt.

Dit komt ook neer op $\lambda \propto R$. Dus de straling expandeert mee met het heelal.

Over de hemel zijn er slechts zeer kleine temperatuur verschillen.

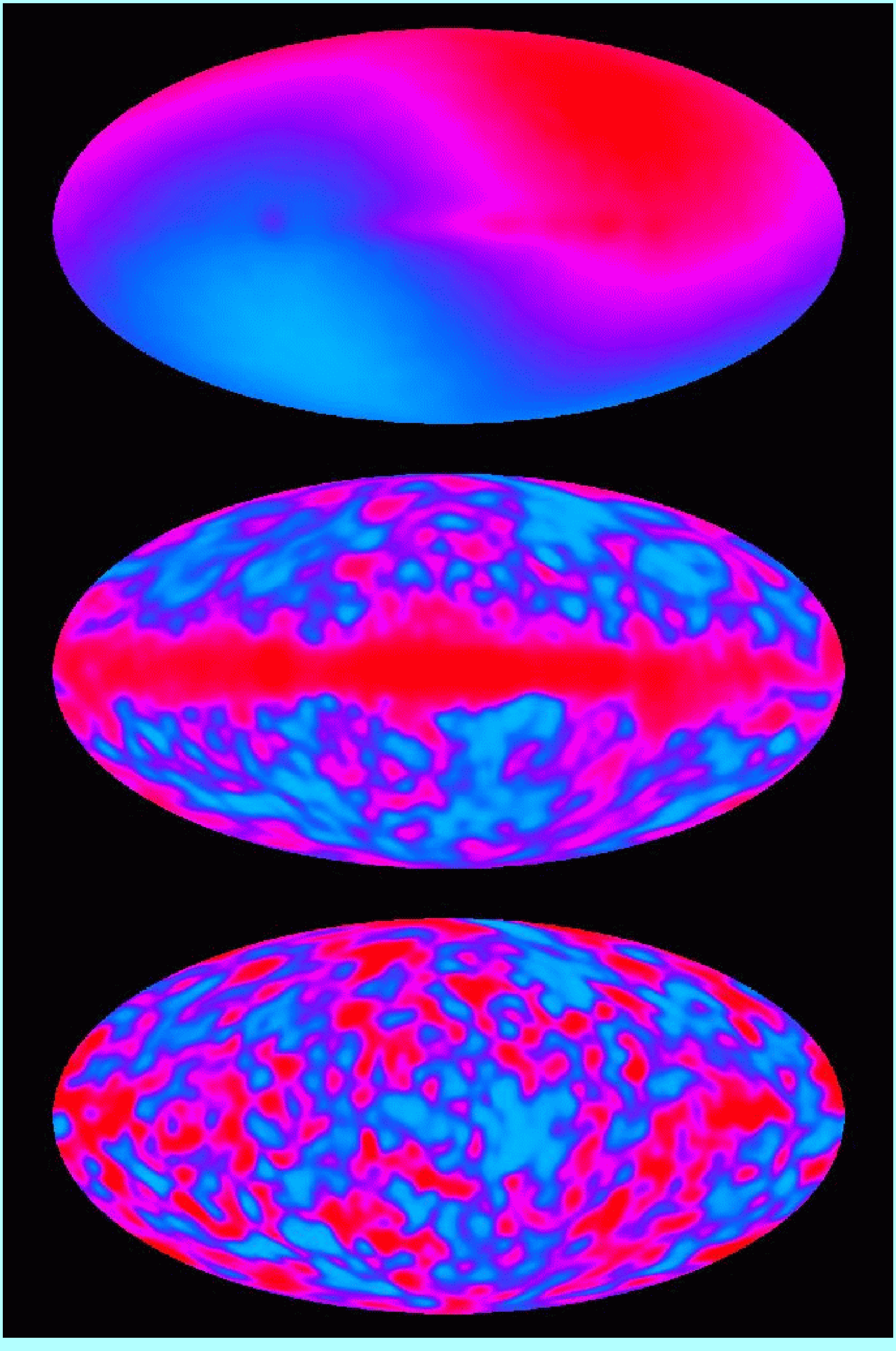
De belangrijkste component is de zogenaamde dipool.

Deze komt, omdat ons Melkwegstelsel een snelheid heeft van ongeveer 500 km s^{-1} t.o.v. de kosmologische achtergrond.

Trekken we dat af, dan zien we nog een component van de straling van ons eigen Melkwegstelsel.

Correctie daarvoor geeft dan fluctuaties op het niveau van 1 op 100.000.

Dit is de eerste structuur in het heelal, waaruit uiteindelijk de huidige structuur is voortgekomen.



Tegenwoordig heeft men instrumentatie om op grote schaal de roodverschuiving van melkwegstelsels te meten.

Dit geeft een drie-dimensionaal beeld van het heelal.

Dan blijkt er tot op grote schaal structuur te bestaan.

Uit metingen van de bewegingen in de omgeving en afstanden uit de Tully-Fisher relatie vindt men, dat er een grote concentratie van massa moet zijn, die ons aantrekt.

De richting is in de richting van de Melkweg, dus we kunnen het niet direct waarnemen.

Men noemt dit de Great Attractor, die ligt op een afstand van zo'n 65 Mpc en een massa heeft van de orde van $10^{16} M_{\odot}$.

De inval naar de Great Attractor lijkt verantwoordelijk voor de snelheid, die wij hebben t.o.v. de kosmologische achtergrond.

Hieronder het resultaat van een survey van zo'n 11.000 stelsels tot een roodverschuiving van ongeveer 15.000 km s^{-1}.

Op een roodverschuiving van ongeveer 8000 km s^{-1} zien we de Great Wall.