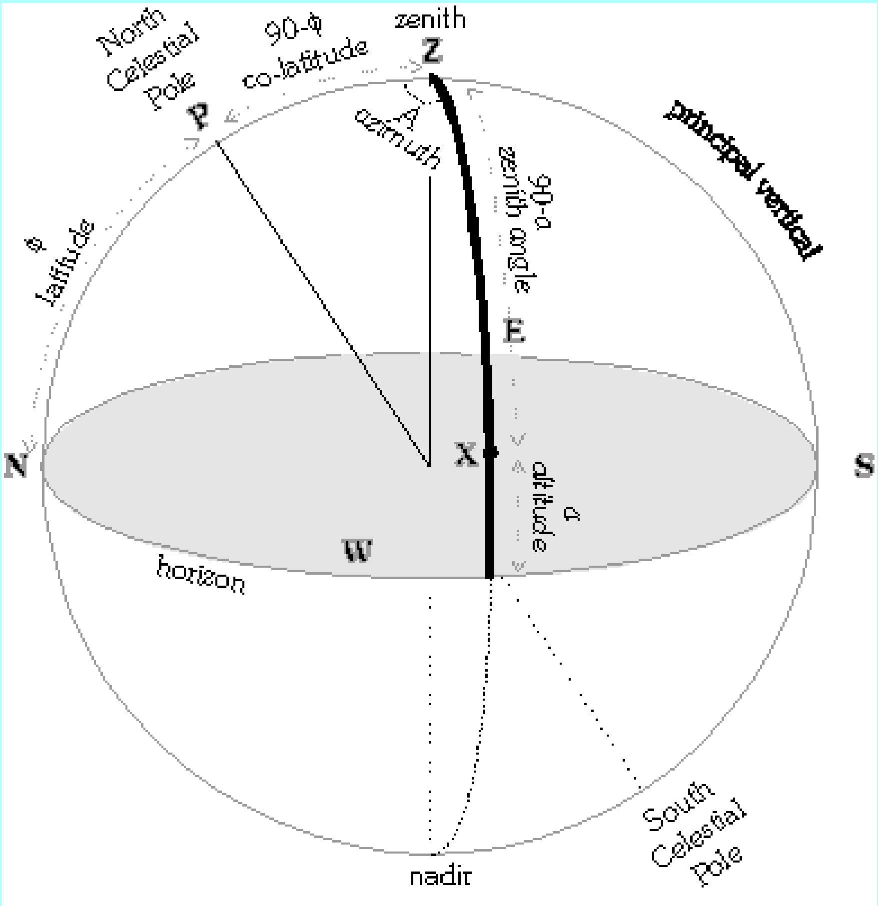
INLEIDING STERRENKUNDE

College 1. Positionele sterrenkunde; Aardafplatting.

Positionele sterrenkunde.

1. Azimuth en hoogte.

We beschrijven posities aan de hemel met bogen van grote cikels op een bol.



Daarvoor is altijd een grote cirkel nodig (hier de horizon) en een punt daarop (hier de richting naar het noorden).

De hoek lang de horizon heet azimuth en de hoek met de horizon heet hoogte (altitude).

Men neemt ook wel de zenithoek.

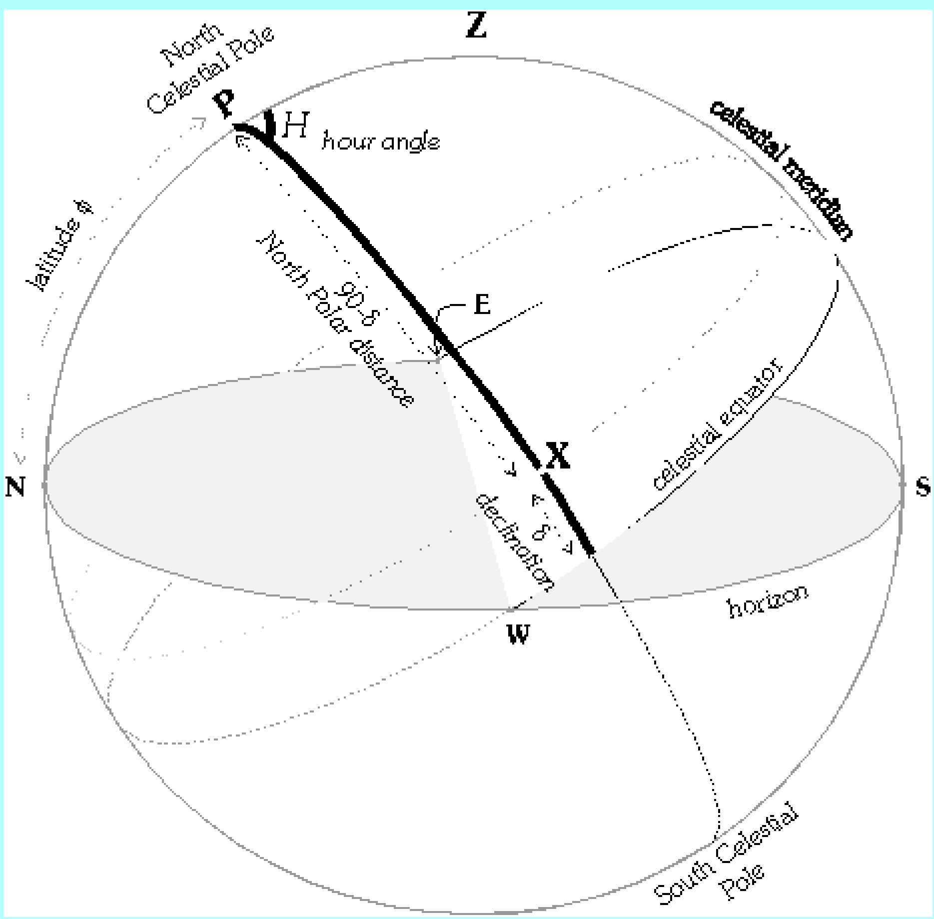
De positie van de pool is het punt waar de as van de aarde de hemelbol snijdt.

Deze ligt op de meridiaan (de grote cirkel door het zenit en het noorden op de horizon).

De pool heeft een hoogte gelijk aan de geografische breedte.

De hemelbol draait in een dag om de pool als afspiegeling van de rotatie van de aarde.

2. Uurhoek en Declinatie.



De grote cirkel is nu de equator.

De uurhoek (H.A.) is de hoek met de meridiaan gemeten vanaf het zuiden en de declinatie (δ) is de hoek met de equator.

De uurhoek wordt niet in graden uitgedrukt, maar in uren.

Dus 15° staat gelijk aan 1^h, enz.

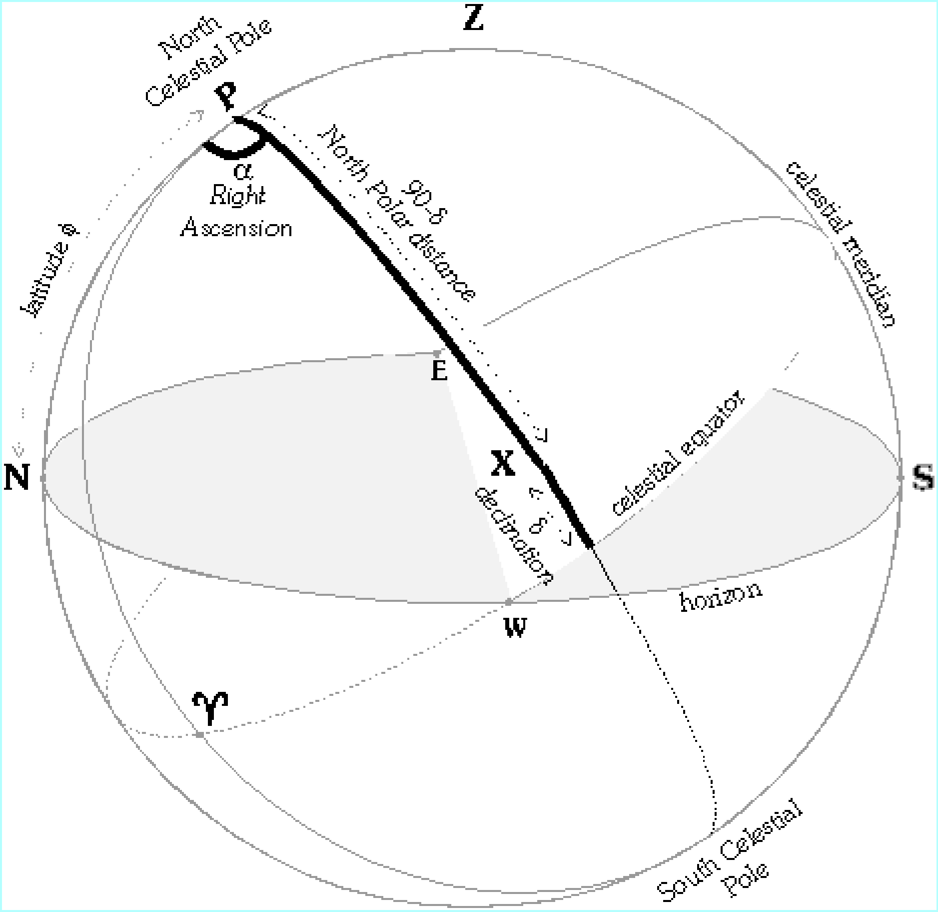
Declinatie wordt uitgedrukt in graden.

3. Rechte Klimming en Declinatie.

Voor een bepaald object verandert in de loop van de dag de declinatie niet, maar de uurhoek wel.

Bij het begin van de lente (noordelijk halfrond; 21 maart) staat de zon op de equator.

Men noemt dit het Lentepunt (Υ).



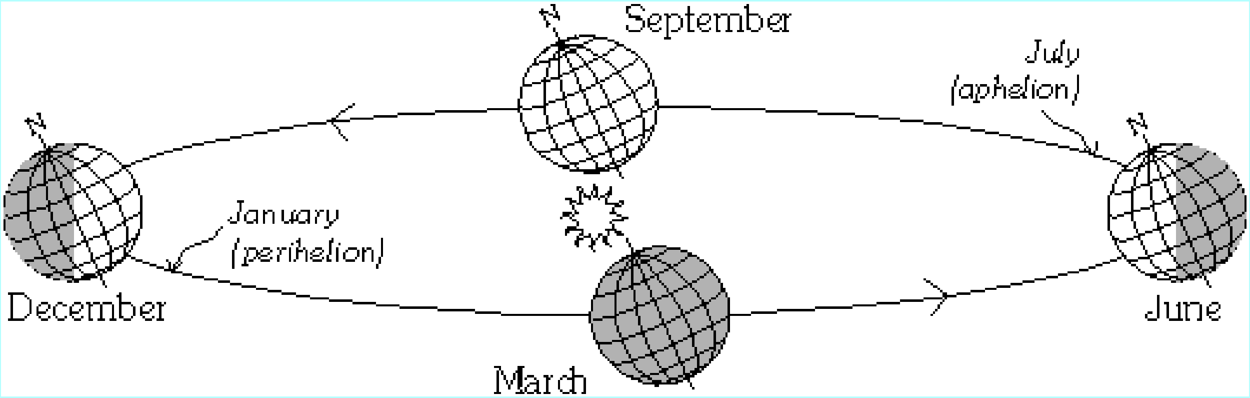
Men meet nu de Rechte Klimming (R.A. of α) vanaf het Lentepunt en drukt deze ook uit in uren.

4. Astronomische Lengte en Breedte.

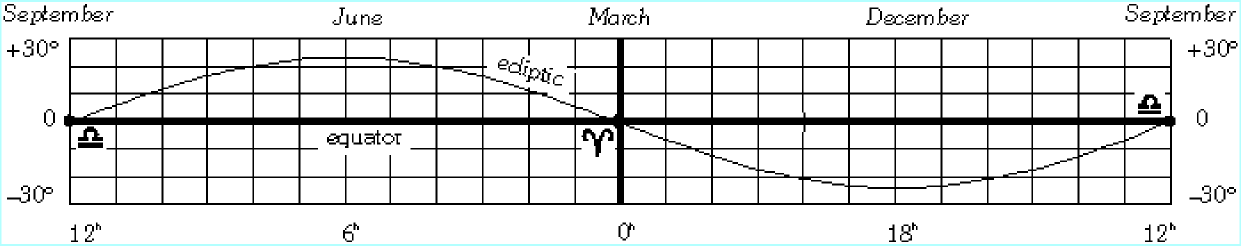
De baan van de zon aan de hemel t.o.v. de vaste sterren heet de ecliptica. Deze snijdt de equator in het Lentepunt en herfstpunt onder een hoek ϵ van $23^\circ\ 26'$.

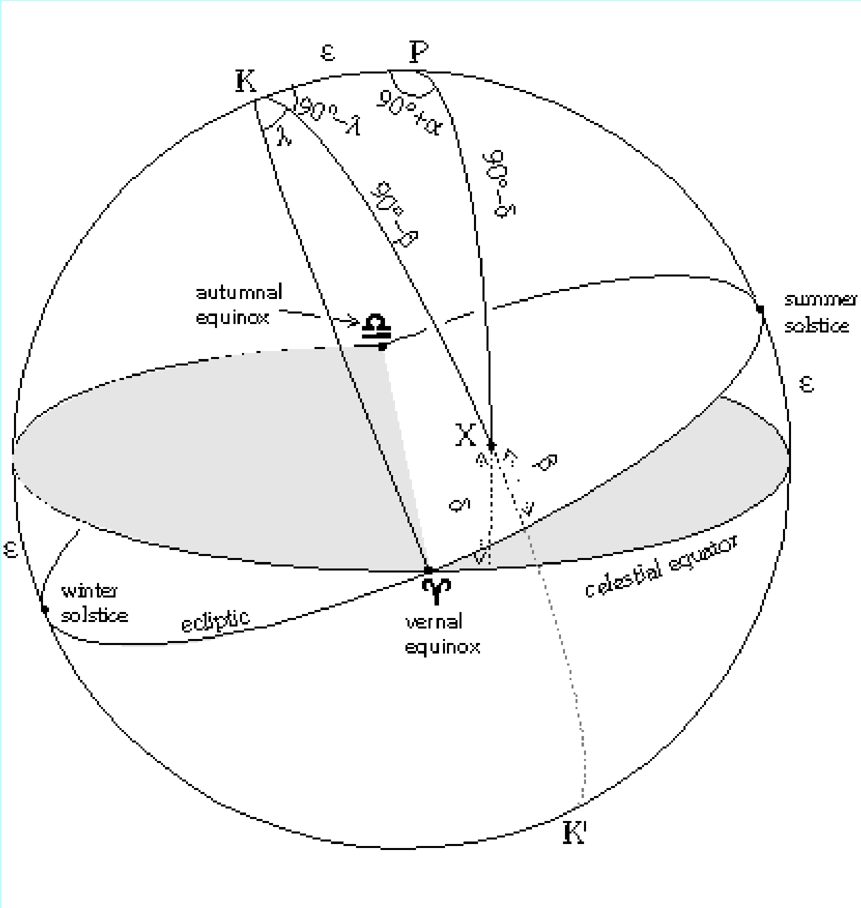
Dit komt door de helling van de aardas t.o.v. de baan van de aarde.

Dit ook de oorzaak van de seizoenen.



De declinatie van de zon verandert daardoor in de loop van het jaar tussen -23° 26′ en +23° 26′.





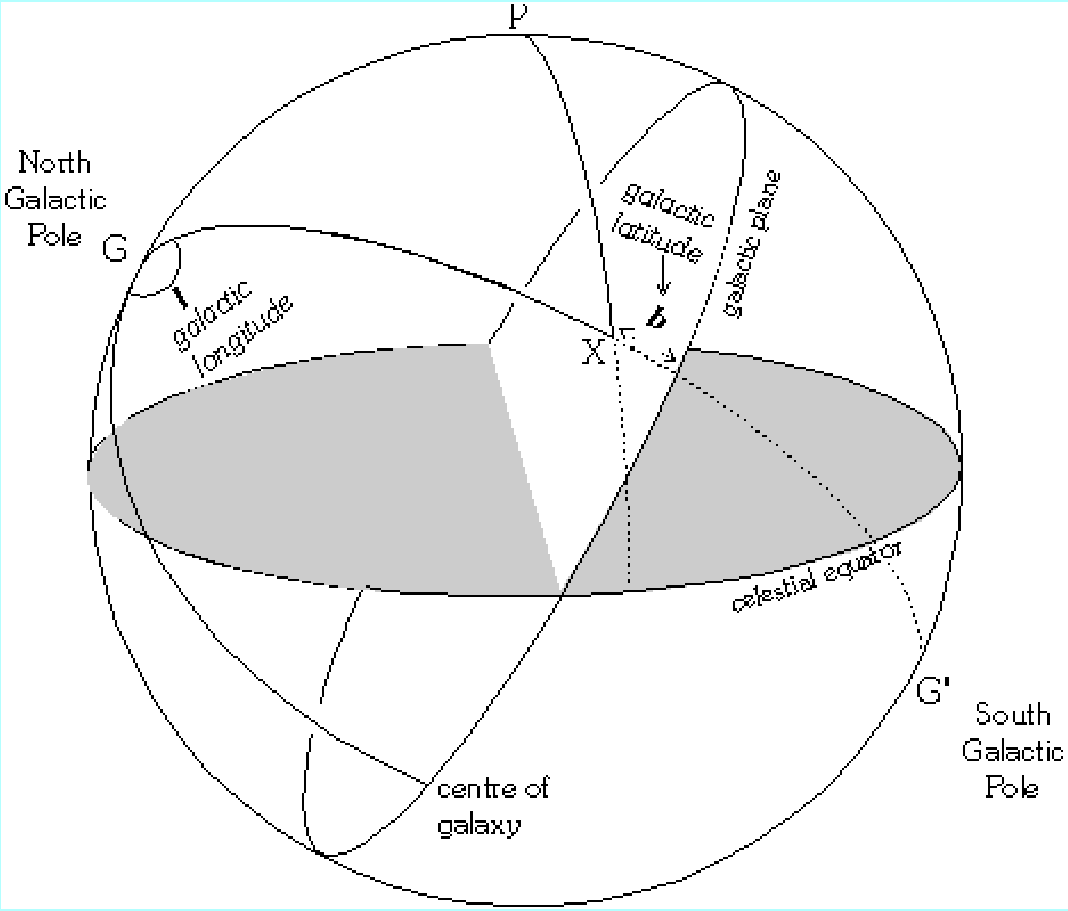
Hiermee definieert men de astronomische lengte (λ) en breedte (β).

Hiervoor gebruikt men graden.

Dit coördinatenstelsel wordt vooral gebruikt in het zonnestelsel.

5. Galactische Lengte en Breedte.

Dit wordt gebruikt voor studies van ons Melk-wegstelsel.



De grote cirkel is nu de Melkweg aan de hemel (het vlak van het Melkwegstelsel en het referentiepunt is die van de richting naar het centrum).

Dit geeft Galactische lengte (l) en breedte (b).

De positie van de Galactische noordpool is R.A. $= 12^h\ 24^m$; $\delta = +27^\circ\ 24'$.

6. Tijdrekening.

De ware zonnetijd is zo gedefineerd, dat het 12 uur ('s middags) is, als de zon in het zuiden, dus op de meridiaan staat.

Dus de ware zonnetijd is gelijk aan de Rechte Klimming van de zon plus 12 uur.

De sterrentijd (sidereal time; S.T.) is de uurhoek van het Lentepunt.

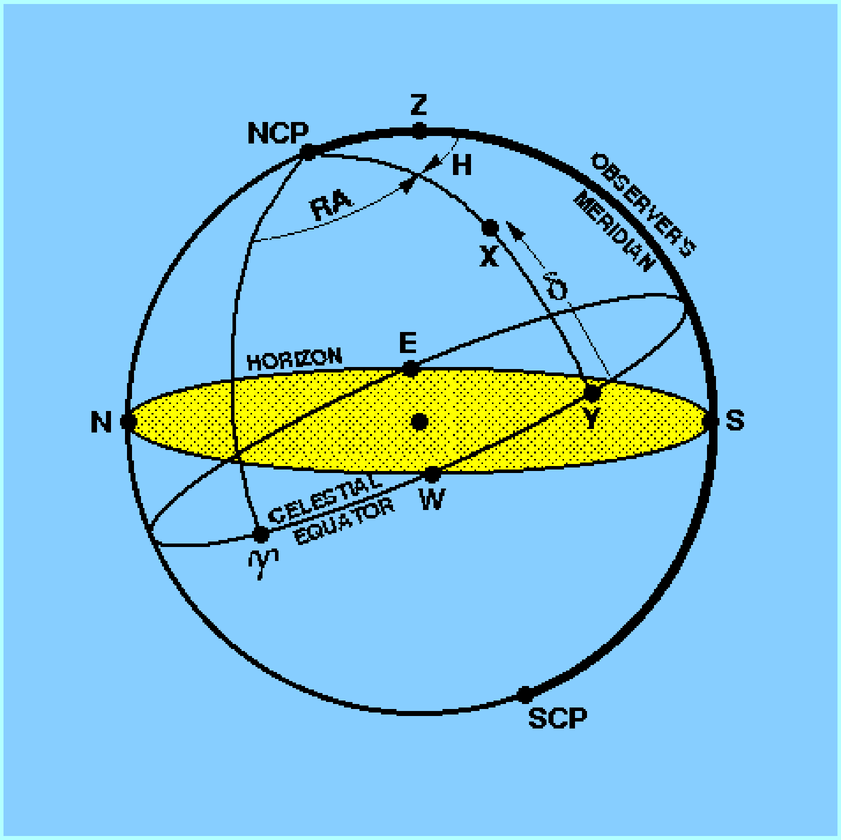
Dat wil zeggen, dat als de sterrentijd 0 uur is, het Lentepunt in het zuiden staat.

De sterrentijd en de ware zonnetijd lopen niet gelijk, omdat de zon in de loop van een jaar de hemel rondloopt t.o.v. de vaste sterren en dus ook t.o.v. het Lentepunt.

Een sterrendag duurt daarom korter, namelijk (in uren op ons horloge) $23^h\ 56^m\ 4.09^s$.

Als de zon in het herfstpunt staat zijn ware zonnetijd en sterrentijd gelijk.

Als het Lentepunt op de meridiaan staat (en dus S.T. = 0^h) staat elke positie met R.A. = 0^h dus ook op de meridiaan.



Aan de figuur zien we dat de uurhoek (H) van object X plus de Rechte Klimming (R.A.) gelijk is aan de uurhoek van het Lentepunt.

Dus Rechte Klimming = Sterrentijd – Uurhoek,

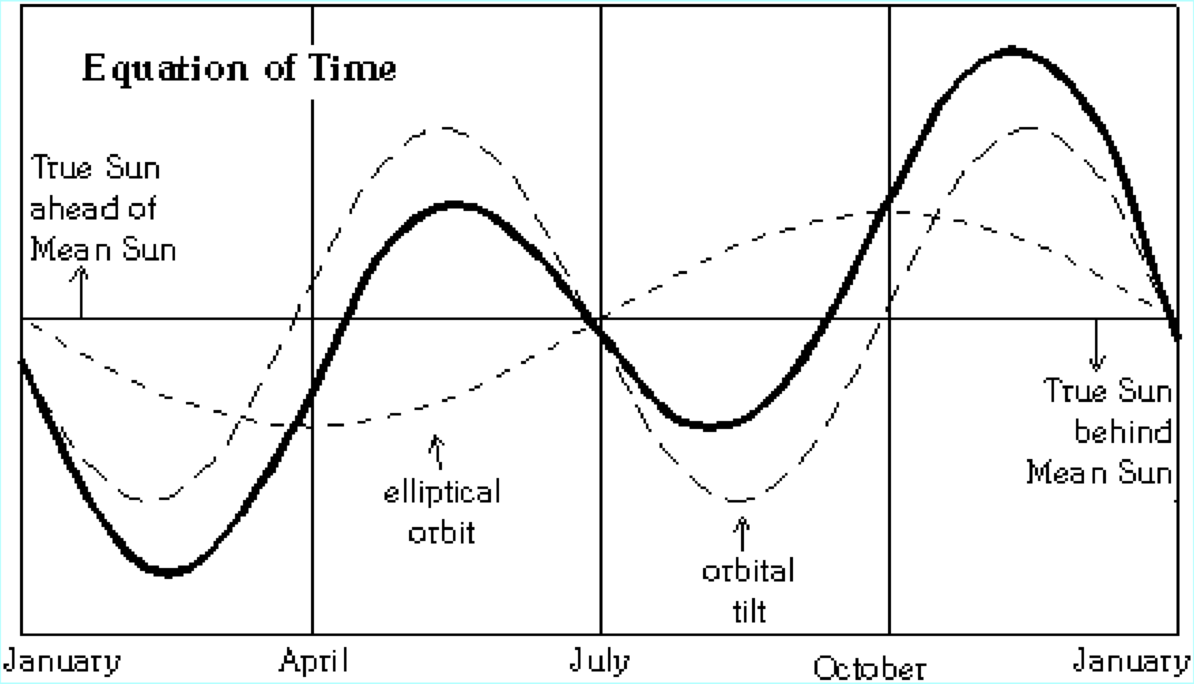
$$\text{R.A.} = \text{S.T.} - \text{H.A.}$$

Tijdsvereffening (Equation of Time).

De Rechte Klimming van de zon loopt niet uniform door het jaar. Hiervoor zijn twee redenen:

• De zon loopt langs de ecliptica en de Rechte Klimming is een hoek langs de equator. Het gaat om de projectie van de zonsbeweging op de equator. Deze is het kleinst in het lente- en herfstpunt.

• De aarde gaat in ellipsbaan rond de zon met een niet uniforme hoeksnelheid. Deze is het grootst als de aarde het dichtst bij de zon staat op 5 januari.



Daarom definieert men de middelbare zon, die uniform in Rechte Klimming loopt. Het verschil is de tijdsvereffening en die loopt op tot maximaal 16^m 14^s op 4 november.

De middelbare zonnetijd is dan de Rechte Klimming van de middelbare zon $+ 12^h$.

De Wereldtijd (Universal Time; U.T.) is de middelbare zonnetijd op de nul-meridiaan (Greenwich). Nu nauwkeuriger gedefinieerd met behulp van atoomklokken.

De Burgerlijke tijd is de tijd op onze klokken. Dit is voor ons de middelbare zonnetijd op de 15°-Oost meridiaan (Middel Europese Tijd; MET) en in de zomer van de 30°-Oost meridiaan (Middel Europese Zomer Tijd; MEZT).

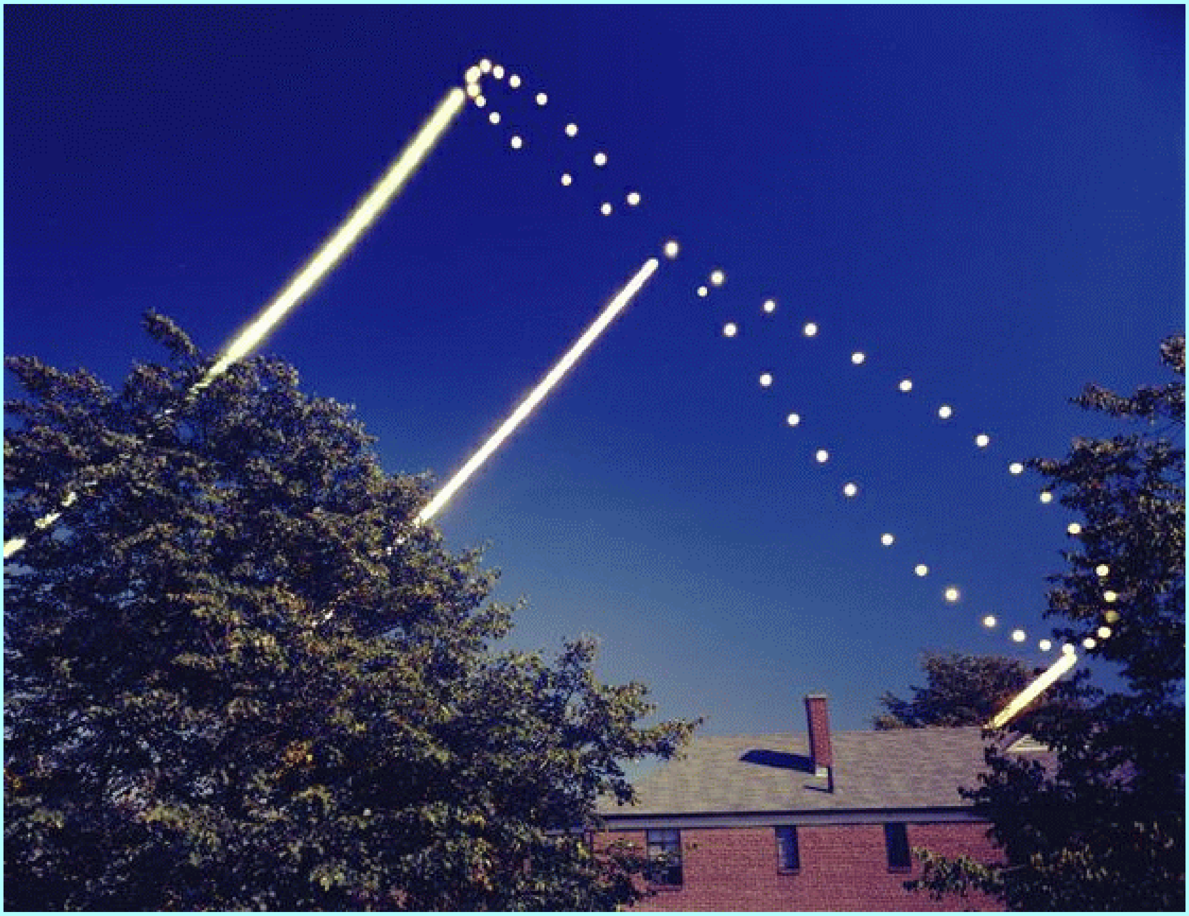
In de sterrenkunde gebruikt men wel de Juliaanse datum; dit is het aantal zonnedagen sinds 1 januari 4713 c. Chr., 12^h U.T.

7. Analemma.

Als we in middelbare zonnetijd op 12 uur 's middags de positie van de zon waarnemen zal die op twee manieren variëren.

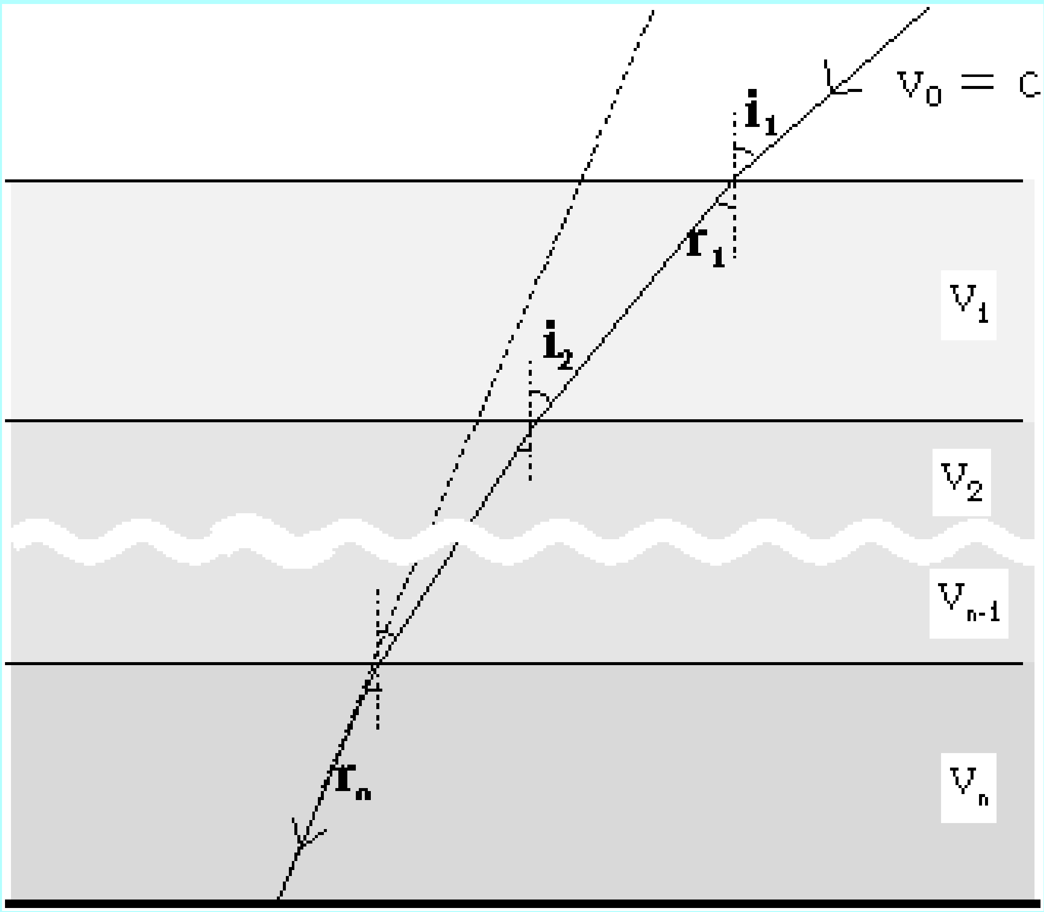
In hoogte boven de horizon vanwege de wisselende declinatie en in azimuth vanwege de tijdsvereffening.

Tezamen geeft dit het Analemma. Op andere tijdstippen kan dat natuurlijk ook.



8. Refractie.

De positie van een ster wordt ook beïnvloed door de refractie van het licht in de atmosfeer.



De positie van de ster is een hoek R hoger boven de horizon. Deze hangt af van de zenitafstand z.

$$R = R_\circ \tan z.$$

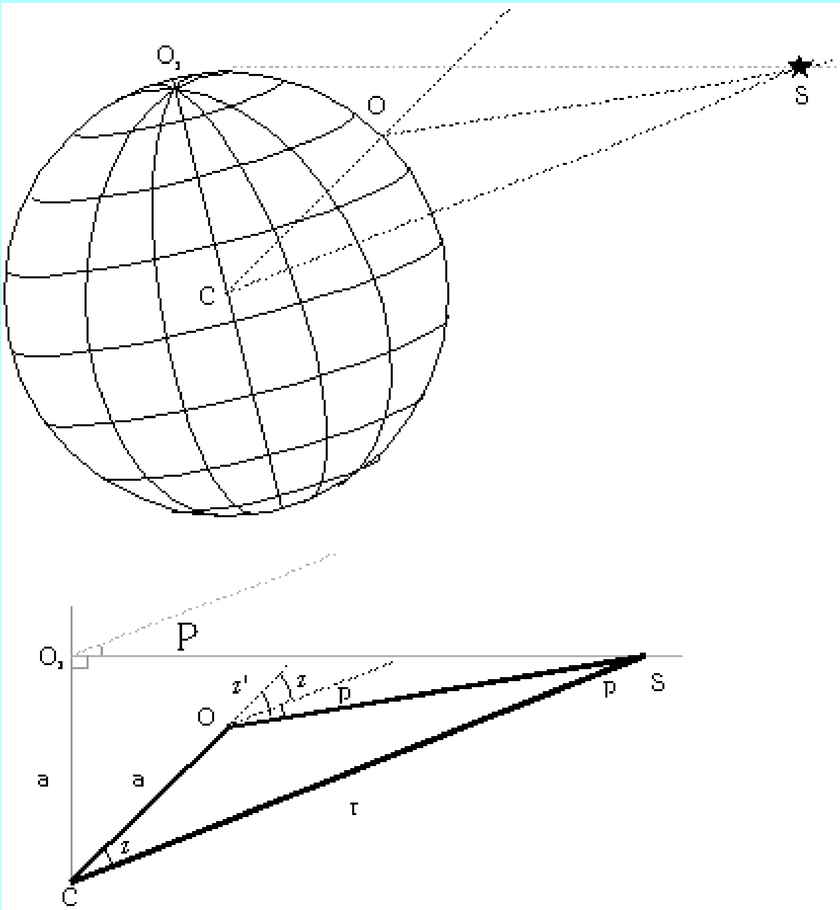
$R_\circ$ is ongeveer $1'$.

De formule geldt niet voor grote zenitafstanden. Aan de horizon is het ongeveer $34'$.

9. Dagelijkse parallax.

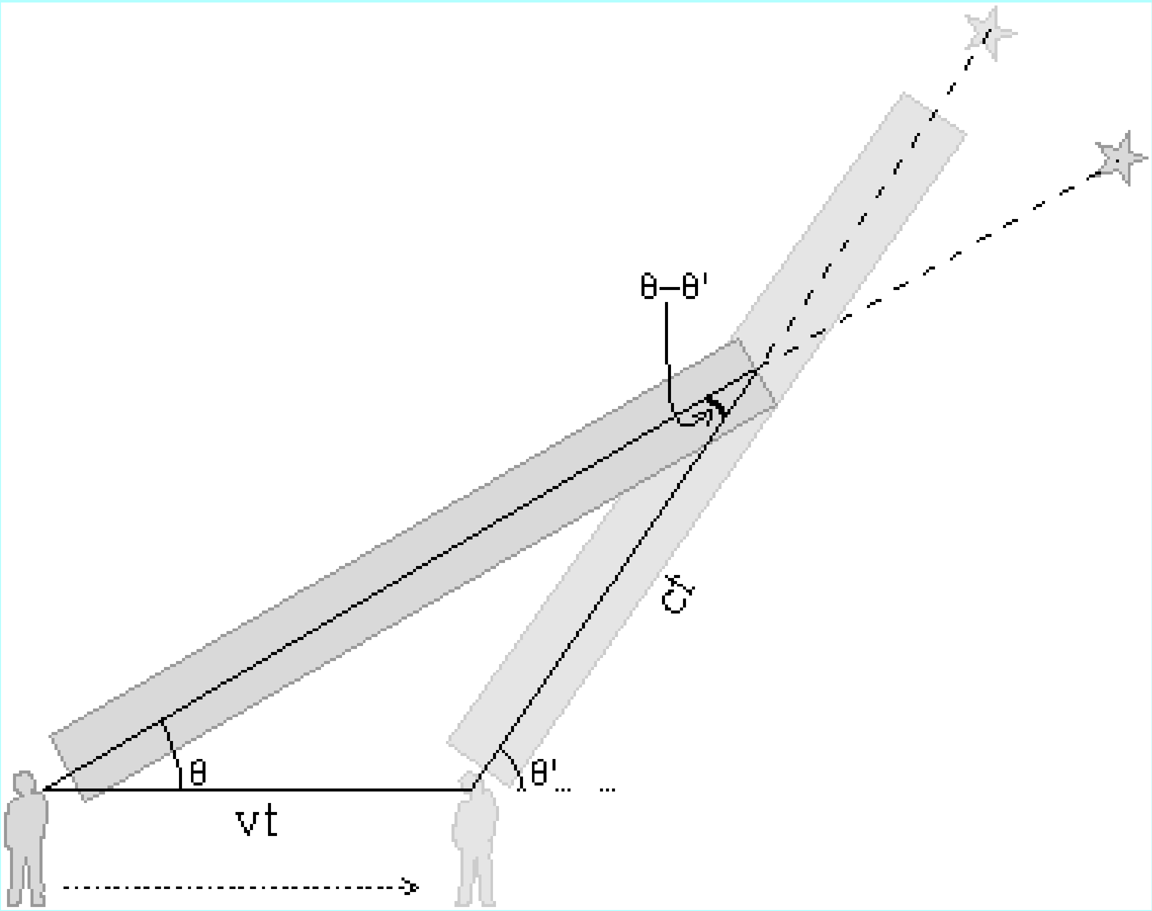
Voor objecten op relatief kleine afstanden hangt de positie aan de hemel af van de plaats van waarneming op aarde.

Dit heet de dagelijkse parallax.



10. Aberratie.

Door de snelheid van de aarde V (in de baan om de zon 30 km/s) moet de teleskoop iets anders gericht worden.



De aberratie is

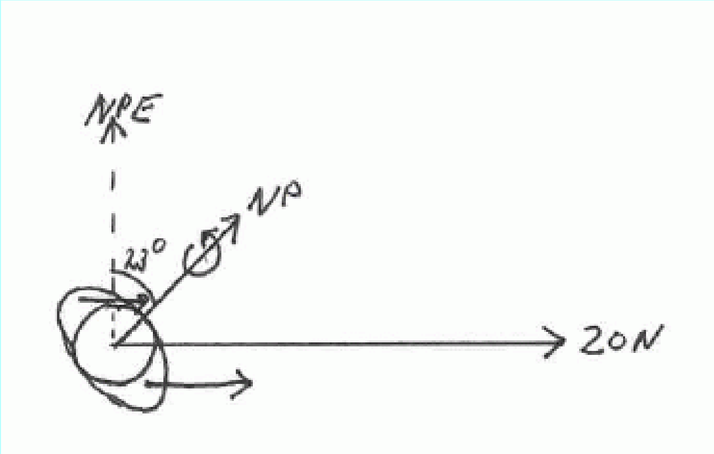
$$\theta - \theta' = \sin(\theta)\frac{V}{c} = k \sin(\theta),$$

met c de lichtsnelheid en $k = 20.5''$.

11. Precessie.

De as van de aarde maakt een hoek van ongeveer 23° met het baanvlak (de ecliptica).

Daardoor oefent de zon een koppel uit op de afgeplatte aarde, want de equatoriale uitstulping dichter bij de zon wordt iets meer aangetrokken dan die er tegenover.



Dit koppel werkt alsof het de pool van de aarde loodrecht op het eclipticavlak wil trekken (naar de “pool” van de ecliptica).

Maar de aarde draait ook. De totale verandering van het impulsmoment is altijd gelijk aan de som van *alle* koppels.

Dus zoals een tol in het zwaartekrachtveld van de aarde, gaat de rotatie-as van de aarde rond de richting van de ecliptica-pool.

Deze precessie van de polen van de aarde rond de polen van de ecliptica (dus een cirkel aan de hemel met een straal van ongeveer 23°) heeft een periode van ongeveer 26.000 jaar.

Voor een positie van een ster in een catalogus moet je dus altijd het tijdstip (de equinox) geven. Nu gebruikt men daarvoor het tijdstip 2000.0.

Bij benadering geldt per jaar

$$\Delta\alpha = m + n \sin\alpha \; \tan\delta,$$

$$\Delta\delta = n \cos\alpha.$$

Hierin is $m = 3.074^s$ per jaar en $n = 1.337^s$ per jaar $= 20.049''$ per jaar.

12. Boldriehoeksmeting.

Een boldriehoek bestaat uit stukken *grote* cirkels. De zijden a, b en c worden dus uitgedrukt in graden.

Noem de hoeken van de driehoek A, B en C, waarbij hoek A tegenover zijde a ligt.

Dan geldt de sinusregel

$$\frac{\sin(a)}{\sin(A)} = \frac{\sin(b)}{\sin(B)} = \frac{\sin(c)}{\sin(C)}.$$

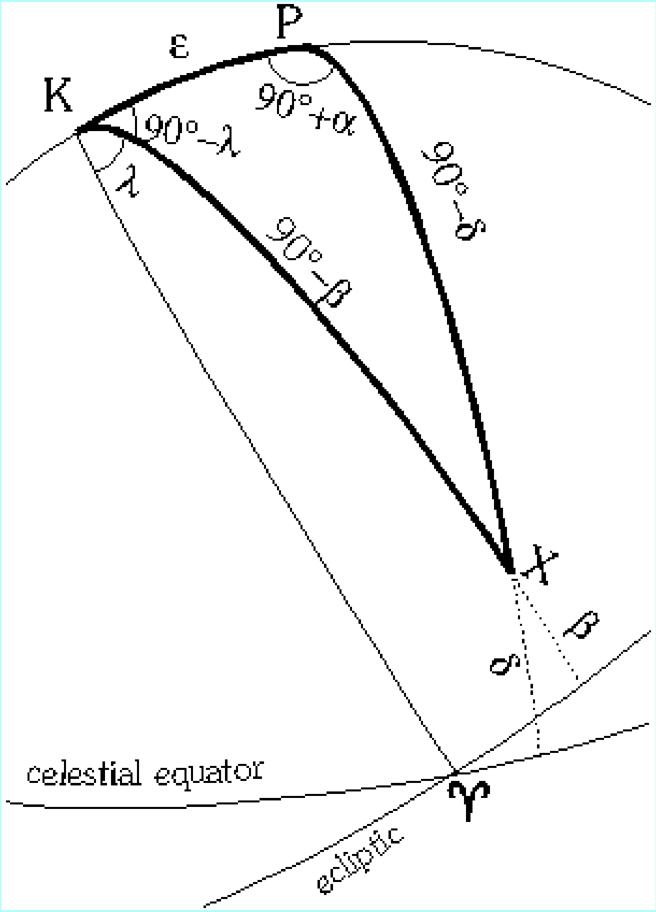
De cosinusregel is

$$\cos(a) = \cos(b)\cos(c) + \sin(b)\sin(c)\cos(A),$$

enz. door permutatie.

Dit kan gebruikt worden om van het ene naar het andere coördinatenstelsel te gaan.

Bijvoorbeeld van (Rechte Klimming, declinatie) of (α,δ) naar (lengte, breedte) of (λ,β).



$$\sin(\delta) = \sin(\beta)\cos(\epsilon) + \cos(\beta)\sin(\epsilon)\sin(\lambda),$$

$$\cos(\alpha) = \frac{\cos(\lambda)\cos(\beta)}{\cos(\delta)}.$$

$$\sin(\beta) = \sin(\delta)\cos(\epsilon) - \cos(\delta)\sin(\epsilon)\sin(\alpha),$$

$$\cos(\lambda) = \frac{\cos(\alpha)\cos(\delta)}{\cos(\beta)}.$$

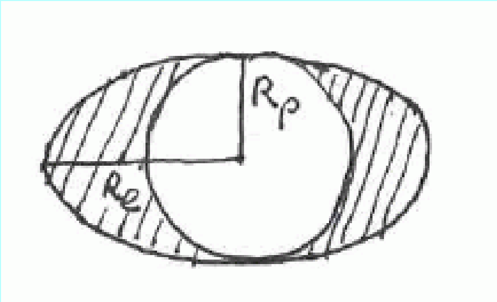
Druk de Rechte Klimming in graden uit.

Afplatting van de Aarde.

In het volgende berekenen we op sterk vereenvoudigde wijze hoeveel de aarde wordt afgeplat door haar rotatie. Dit is geen tentamenstof, maar dient als een illustratie hoe je met vereenvoudigde aannamen kan schatten of een waargenomen verschijnsel (afplatting) het resultaat kan zijn van een zekere oorzaak (rotatie om de as).

Benader de aarde als bestaande uit een vloeistof met een constante dichtheid ρ. Noem de straal naar de pool R_{p} en naar de equator R_{e}.

1. Kracht aan de pool.



Eerst de aantrekkking van de bol met straal R_{p}, die een massa heeft van

$$M_{\mathrm{p}} = \frac{4}{3}\pi R_{\mathrm{p}}^3 \rho$$

De aantrekking is dan $GM_\mathrm{p}/R_\mathrm{p}^2$ per massa-eenheid.

De overblijvende ring heeft een massa

$$\begin{aligned} M_\mathrm{e} &= \left(\frac{4}{3}\pi R_\mathrm{e}^2 R_\mathrm{p} - \frac{4}{3}\pi R_\mathrm{p}^3\right)\rho \\ &= M_\mathrm{p}\left(\frac{R_\mathrm{e}}{R_\mathrm{p}}\right)^2 - M_\mathrm{p} = 2\epsilon M_\mathrm{p} \end{aligned}$$

Hierin

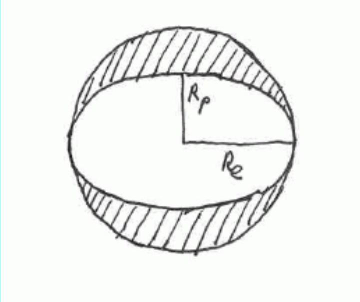
$$\epsilon = \frac{R_\mathrm{e} - R_\mathrm{p}}{\langle R\rangle} \approx 1 - \frac{R_\mathrm{p}}{R_\mathrm{e}}$$

De ring (op gemiddelde afstand $R_\mathrm{e}\sqrt{2}$) wordt gezien onder een hoek van 45° en dus vermenigvuldigen we de aantrekkingskracht met $\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$. De aantrekking van de ring is dan $M_\mathrm{e}/2R_\mathrm{e}^2\sqrt{2}$.

Dus de kracht aan de pool is

$$K_\mathrm{p} = G\left(\frac{M_\mathrm{p}}{R_\mathrm{p}^2} + \frac{2\epsilon M_\mathrm{p}}{2\sqrt{2}R_\mathrm{e}^2}\right) = \frac{4}{3}G\pi\rho R_\mathrm{e}(1 - 0.29\epsilon)$$

2. Kracht aan de equator.



De massa van de grote bol is nu

$$M_{\mathrm{e}} = \frac{4}{3}\pi\rho R_{\mathrm{e}}^3$$

en de aantrekking $GM_{\mathrm{e}}/R_{\mathrm{e}}^2$.

De ring heeft nu een massa

$$\frac{4}{3}\pi\rho(R_{\mathrm{e}}^3 - R_{\mathrm{e}}^2 R_{\mathrm{p}})$$

Dus analoog kunnen we de aantrekking aan de evenaar berekenen als

$$K_{\mathrm{e}} = \frac{4}{3}G\pi\rho R_{\mathrm{e}}(1 - 0.35\epsilon).$$

Echter er is hier ook een middelpuntvliedende kracht V^2/R. Als we daar de goede getallen voor invullen (namelijk rond in ongeveer 24 uur), dan wordt dit $0.00345 \times \frac{4}{3}G\pi\rho R_{\mathrm{e}}$.

Definieer nu de versnelling van de zwaartekracht als

$$g = \frac{4}{3} G \pi \rho R_\mathrm{e}$$

dan

$$K_\mathrm{p} = g(1 - 0.29\epsilon)$$

$$K_\mathrm{e} = g(1 - 0.35\epsilon - 0.00345).$$

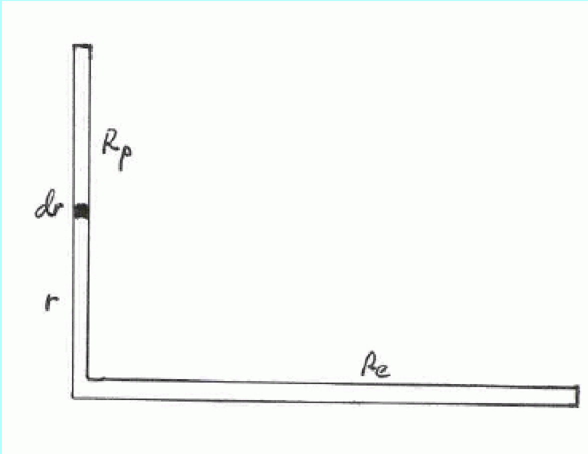
3. Druk in het centrum.

Allereerst hebben we het theorema van Newton nodig, dat zegt dat binnenin een schil van een ellipsoïde de zwaartekracht nul is. Dus ook als we de aarde opdelen in schillen met dezelfde afplatting, dan hangt overal de aantrekking alleen af van de massa daarbinnen.

Dus voor een afstand r van het centrum langs de as naar de pool is de kracht die alsof we een afgeplatte aarde hadden met poolstraal r.

Dus kunnen we schrijven (aangezien we constante dichtheid aannemen)

$$K_\mathrm{p}(r) = \frac{r}{R_\mathrm{p}} g(1 - 0.29\epsilon)$$



Kijk nu naar een kolom met een doorsnede van ds cm^2 van het centrum naar de pool. De druk in het centrum is dan het gewicht van de bovenliggende kolom.

Daaraan is de bijdrage van een elementje met dikte dr (en doorsnede ds) op afstand r van het centrum het gewicht ervan, ofwel $K_\mathrm{p}(r)\rho dr\, ds$.

Van de totale kolom is dan de druk in het centrum

$$P_\mathrm{p} = \int_0^{R_\mathrm{p}} K_\mathrm{p}\rho\, dr\, ds = \int_0^{R_\mathrm{p}} \frac{r}{R_\mathrm{p}} g\rho(1 - 0.29\epsilon)\, dr\, ds$$

Dit is eenvoudig op te lossen en geeft

$$P_{\mathrm{p}} = \tfrac{1}{2} g R_{\mathrm{p}} \rho (1 - 0.29\epsilon)\, ds$$

Hetzelfde kunnen we doen voor de druk als gevolg van een kolom naar de evenaar:

$$P_{\mathrm{e}} = \tfrac{1}{2} g R_{\mathrm{e}} \rho (1 - 0.35\epsilon - 0.00345)\, ds$$

Nu verandert de aarde niet (de krachten zijn in evenwicht) en dus zijn beide waarden voor de druk gelijk. Met $R_{\mathrm{e}} = R_{\mathrm{p}}(1 - \epsilon)$ vinden we dan

$$1 - 1.29\epsilon = 1 - 0.35\epsilon - 0.00345$$

en dat geeft

$$\epsilon = 0.00367$$

Een echte bepaling is

$$\epsilon = 0.00337$$

Dus de benadering was niet slecht. De belangrijkste vereenvoudiging is de aanname van constante dichtheid.