

Sterren: structuur en evolutie

- in stabiele toestand op de hoofdreeks: *evenwicht tussen interne druk en gravitatie*
- constant energieverlies door straling met lichtkracht L
- energieproductie: → kernfusiereacties in "core"

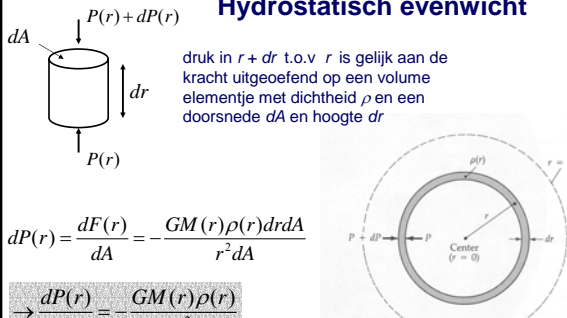
Drie wetten die sterstructuur bepalen

Hydrostatisch evenwicht: $\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$

Ideale gaswet: $P(r) = n(r)kT(r) = \frac{\rho(r)kT(r)}{\mu(r)m_H}$

Stralingstransport: $L(r) = -\frac{64\pi\sigma r^2 T^3(r)}{3\kappa(r)\rho(r)} \frac{dT}{dr}$

Hydrostatisch evenwicht



druk in $r + dr$ t.o.v r is gelijk aan de kracht uitgeoefend op een volume elementje met dichtheid ρ en een doorsnede dA en hoogte dr

$$dP(r) = \frac{dF(r)}{dA} = -\frac{GM(r)\rho(r)drdA}{r^2 dA}$$

$$\rightarrow \frac{dP(r)}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}$$

$$dM(r) = 4\pi r^2 dr \rho(r) \quad \rightarrow M(R) = \int_0^R 4\pi \rho(r) r^2 dr = \frac{4}{3}\pi R^3 \rho$$

voor constante dichtheid ρ

Ideale gaswet

$$P(r) = n(r)kT(r) = \frac{\rho(r)kT(r)}{\mu(r)m_H}$$

met k de constante van Boltzmann en m_H de massa van een waterstofatoom

$\rho(r)$ is de massadichtheid, $n(r)$ is de deeltjesdichtheid en $\mu(r)$ is de gemiddelde deeltjesmassa

$\mu(r)$ is het atoomnummer van een atoom gedeeld door het aantal deeltjes per atoom; m_H is de protonmassa

bijv. voor de zon (geïoniseerd H) is $\mu = \frac{1}{2}$

Stralingstransport

Voor een zwart lichaam geldt (per opp.eenheid): $I = \sigma T^4$

$$\rightarrow \frac{dI(r)}{dT} = 4\sigma T^3$$

Voor absorptie in een laag dr geldt: $\frac{dI(r)}{dr} = -\kappa(r)\rho(r)I(r)$

Combinatie levert, op een diepte r :

$$L(r) = 4\pi r^2 I(r) = -4\pi r^2 \frac{dI(r)}{dr} \frac{1}{\kappa(r)\rho(r)} = -\frac{4\pi r^2}{\kappa(r)\rho(r)} \frac{dI(r)}{dT} \frac{dT}{dr}$$

$$\rightarrow L(r) = -\frac{16\pi\sigma r^2 T^3(r)}{\kappa(r)\rho(r)} \frac{dT}{dr} \quad \text{en meer precies:} \quad L(r) = -\frac{64\pi\sigma r^2 T^3(r)}{3\kappa(r)\rho(r)} \frac{dT}{dr}$$

Een paar vereenvoudigingen: neem aan ρ constant

Dan volgt uit hydrostatisch evenwicht voor de centrale druk:

$$P(R) - P(0) = \int_0^R dP = -\int_0^R \frac{GM\rho}{r^2} dr$$

$$\rightarrow P(0) \propto \frac{M\rho}{R}$$

Uit de ideale gaswet volgt: $P(0) \propto \rho T(0)$

Combinatie levert voor de centrale temperatuur: $T(0) \propto \frac{M}{R}$

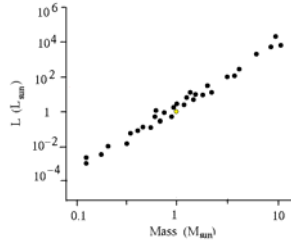
Ook geldt: $\rho \propto \frac{M}{R^3}$ (dichtheid = massa / volume)

Uit stralingstransport volgt:

$$L \propto \frac{RT^4(0)}{\rho\kappa} \propto \frac{R^4 T^4(0)}{\kappa M} \quad \text{en met} \quad T(0) \propto \frac{M}{R} \quad \text{volgt}$$

$$L \propto \frac{M^3}{\kappa}$$

deze massa – lichtkracht relatie geldt voor sterren op de hoofdreeks: →



Uit de wet van Stefan-Boltzmann volgt :

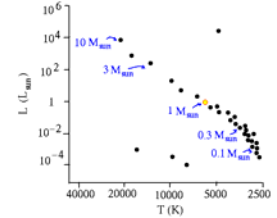
$$L \propto R^2 T^4 \quad (1)$$

$$\text{en uit } T \propto \frac{M}{R} \quad \text{volgt: } T \propto \frac{L^{1/3}}{R} \rightarrow R \propto \frac{L^{1/3}}{T} \quad (2)$$

uit (1) en (2) is dan af te leiden:

$$L \propto \frac{L^{2/3}}{T^2} T^4 \rightarrow L^{1/3} \propto T^2 \rightarrow$$

$$L \propto T^6 \quad \text{dit is de hoofdreeks:}$$



Tijdschaal voor verblijf op de *hoofdreeks*

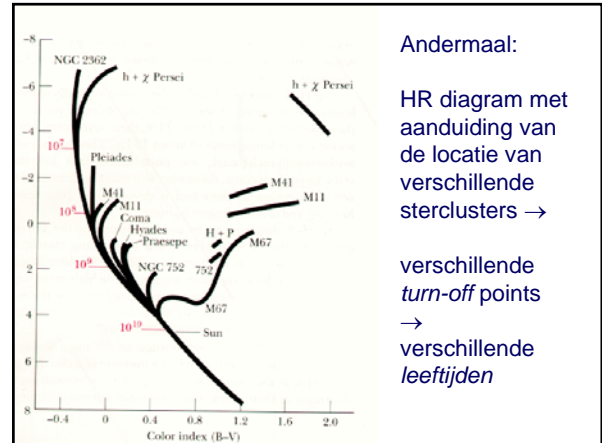
Een ster heeft ~ 10% van zijn massa beschikbaar als brandstof.

De uitgestraalde energie is de lichtkracht L

De tijdschaal voor stabiele kernfusie is dan de voorraad energie gedeeld door de uitgestraalde energie:

$$\tau \propto \frac{M}{L} \propto \frac{1}{M^2}$$

Dus de *massieve* sterren evolueren veel *sneller* dan de minder massieve sterren (zie college 5a)



Andermaal:

HR diagram met aanduiding van de locatie van verschillende sterclusters →

verschillende *turn-off points* → verschillende leeftijden

Wanneer gaat een ster van de *hoofdreeks* af?

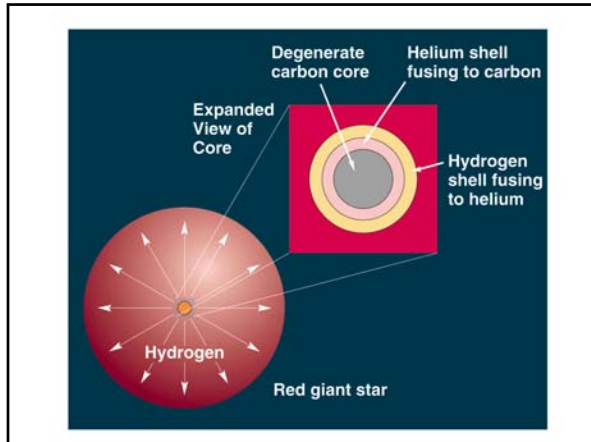
Als de $H \rightarrow He$ verbranding ophoudt:

- He *core* trekt samen onder eigen zwaartekracht
- H fusie gaat door in schil rond de He *core*
- He *core* warmt op en versnelt de H-fusie
- grotere energieproductie laat ster opzwellen
- ijlere steratmosfeer koelt af → *Rode Reus*

Mogelijk vervolg na He *core collapse*

$He \rightarrow C$ fusie als T en ρ groot genoeg

- He *core collapse* stopt
- H-fusie gaat door in schil rond de He *core*
- ster is korte tijd stabiel tot C *core* samentrekt
- ster stijgt verder in rode reuzengebied HR diagram
- na C *burning* : vorming *planetaire nevel* en *witte dwerg*



Triple alpha proces: He fusie tot C



Als door He fusie een C core gevormd is zal deze samentrekken onder de eigen zwaartekracht.

De buitendelen worden afgestoten en vormen een planetaire nevel.

De C core contractie stopt uiteindelijk en een naakte, hete C core blijft over: de witte dwerg.

Witte dwerg eigenschappen:

De materie in een witte dwerg is zo dicht dat de gewone ideale gaswet niet meer geldt. De materie wordt *gedegeneerd* genoemd.

Eigenschap van een gedegeneerd gas is dat P niet meer afhangt van T en ρ ($P = nkT$) maar alleen van ρ :

$$P = K\rho^{5/3} \rightarrow P \propto \rho^{5/3} \propto \frac{M^{5/3}}{R^5}$$

Hieruit volgt met de wet van hydrostatisch evenwicht:

$$P \propto \frac{M^2}{R^4} \propto \frac{M^{5/3}}{R^5} \rightarrow R \propto M^{-1/3}$$

Dus *massievere* witte dwergen zijn *kleiner*!

1.0 M_{Sun} white dwarf

1.3 M_{Sun} white dwarf

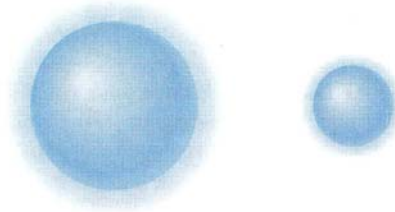


FIGURE 17.2 Contrary to what you might expect, more massive white dwarfs are actually *smaller* (and thus denser) than less massive white dwarfs.

Omdat de straal van een witte dwerg afneemt met toenemende massa is er een massalimiet

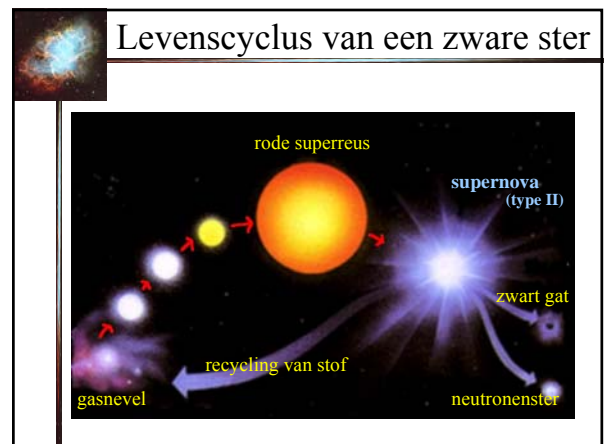
Deze is op theoretische gronden berekend door de astrofysicus Chandrasekhar en wordt de *Chandrasekhar Limiet* genoemd. Deze is 1.44 M_{zon}

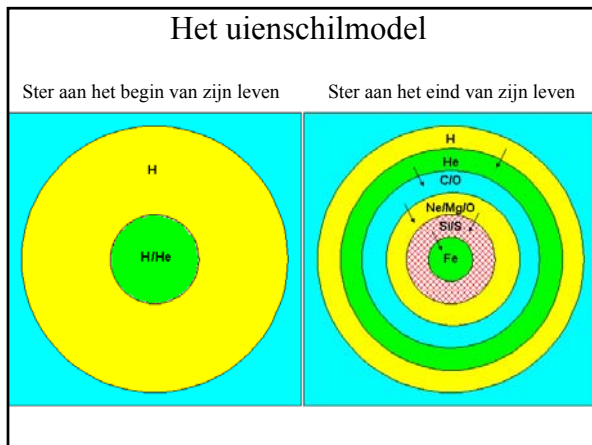
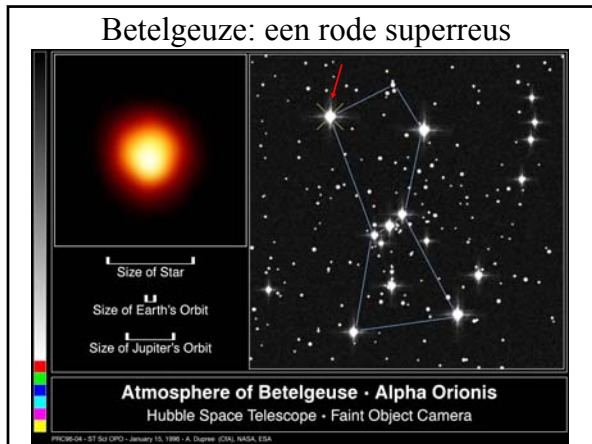
Typische eigenschappen van een witte dwerg met

$$M = 0.7 M_{\text{zon}}$$

$$\rho \sim 10^8 \text{ kg / m}^3$$

$$R \sim 0.01 R_{\text{zon}} = 7 \times 10^4 \text{ km}$$





Tijdschaal evolutie van een $15 M_{\text{zon}}$ ster

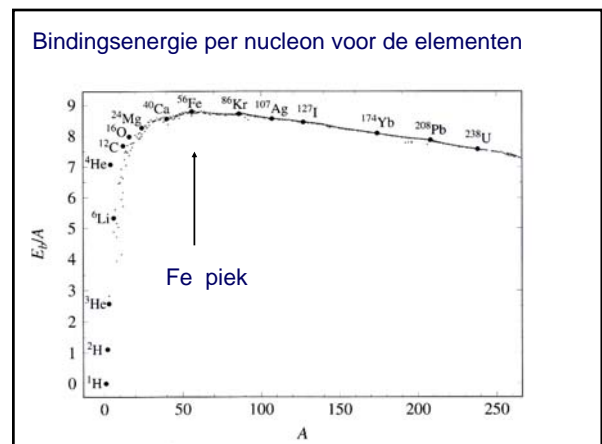
Verbrandingsproces	tijdsduur	temperatuur in kern
• $\text{H} \rightarrow \text{He}$	10.000.000 jaar	4 miljoen K
• $\text{He} \rightarrow \text{C}$	$\pm 1.000.000$ jaar	100 milj K
• $\text{C} \rightarrow \text{O, Ne, Mg}$	1000 jaar	600 milj K
• $\text{Ne} \rightarrow \text{O, Mg}$	een paar jaar	1 miljard K
• $\text{O} \rightarrow \text{Si, S}$	1 jaar	2 miljard K
• $\text{Si} \rightarrow \text{Fe}$	een paar dagen (!)	3 miljard K

Tot en met Fe verlopen de kernreacties tot zwaardere elementen op dezelfde manier: er komt energie vrij !

Omdat de *bindingsenergie* van zwaardere elementen kleiner is moet voor de fusiereactie energie uit de omgeving worden onttrokken

Dit betekent een catastrofaal einde aan de serie fusie reacties en de ster blaast zichzelf op: de *Supernova*

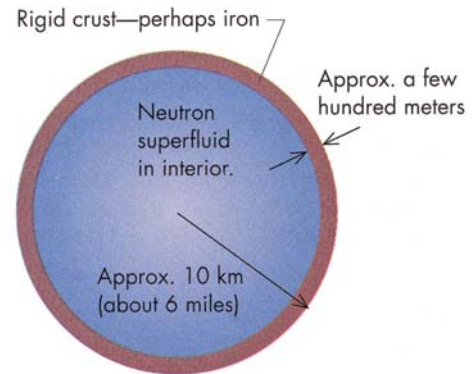
De dichte kern stort onder eigen zwaartekracht in elkaar tot een *neutronenster* of *zwart gat*



Neutronenster



Structuur van een neutronenster



546 [17-7]



Pulsars

Theorists in the 1930s predicted their existence as strange objects that rotate rapidly and emit beams of radiation from their magnetic poles. Theorists in the 1930s predicted their existence as strange objects that rotate rapidly and emit beams of radiation from their magnetic poles.

FIGURE 17.6 A paper clip made from neutron star material would outweigh Mount Everest.

the constellation intervals (Figure 17.6)

Zware sterren vs. lichte sterren

Zware sterren:

- Zwaarder dan 4 zonsmassa's
- Snel opgebrand
- Explosief einde: supernova
- Neutronenster of zwart gat als eindstadium

Lichte sterren:

- Lichter dan 4 zonsmassa's
- Langlevend
- Rustig einde: planetaire nevel
- Witte dwerg als eindstadium

