

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

26 juni 2000, 9:00–12:00 uur

Vermeldt naam, adres, studierichting, jaar van eerste inschrijving en inschrijvingsnummer.

Gemiddeld heb je voor elke vraag een uur en dat moet ruim voldoende zijn. Desondanks is mijn advies om –als je in tijdnood komt– toch in ieder geval om 10:00 uur met vraag 2 en om 11:00 uur met vraag 3 te beginnen en dan aan het eind te zien of je nog tijd overhebt.

Bij de derde vraag wordt een aantal berekeningen gevraagd; als je geen rekenmachine bij je hebt, reken dan in ronde getallen (d.w.z. bijvoorbeeld $1 \text{ pc} = 3 \times 10^{16} \text{ m}$; $\pi = 3$). De aanpak is belangrijker dan het goede antwoord.

1. Beschrijf de vorming, evolutie en eindstadia van sterren. Zorg, dat in ieder geval achtereenvolgens de volgende begrippen ter sprake komen:

Jeans massa – fragmentatie – bruine dwerg – spectraaltype en kleurindex – effectieve temperatuur – lichtkracht – Hertzsprung-Russell diagram – hoofdreeks – waterstof-verbranding – afhankelijkheid van massa – levensduur – rode reus – helium-verbranding – degeneratiedruk – witte dwerg – supernova – neutronenster – zwart gat.

2. Beschrijf de vorming en structuur van ons Melkwegstelsel aan de hand van het concept van **Sterpopulaties**.

Beschrijf daartoe eerst de eigenschappen van de twee populaties aan de hand van de leeftijden van sterren, ruimtelijke verdeling, bewegingen, abundanties, de soorten sterclusters en het voorkomen van gas en stof. Leg uit, hoe je van een cluster de leeftijd kunt bepalen.

Laat dan zien, hoe dat alles past in het beeld van de vorming van ons Melkwegstelsel.

3. Deze opgave omvat het schatten van een aantal zaken, die te doen hebben met neutrino's van de zon en supernova SN1987A.

Gegevens zijn de volgende:

- 1 parsec (pc) = $3.1 \times 10^{16} \text{ m}$; 1 Astronomische Eenheid (AE) = $1.5 \times 10^{11} \text{ m}$.
- 1 Zonsmassa (M_{\odot}) = $2.0 \times 10^{30} \text{ kg}$; 1 atomic mass unit (amu) = $1.7 \times 10^{-27} \text{ kg}$.
- Lichtsnelheid $c = 3.0 \times 10^8 \text{ m s}^{-1}$; 1 jaar = $3.2 \times 10^7 \text{ s}$.
- 1 N (Newton) = 1 kg m s^{-2} ; 1 J (Joule) = 1 N m ; 1 W (Watt) = 1 J s^{-1} .

a. Een eenvoudige schatting van de energie productie in de zon kan als volgt gemaakt worden. Als we de rug van de hand in de buurt van een gewone gloeilamp houden voelen we de warmte-uitstraling op de huid. Voor een lamp van 150 W voelt het dan ongeveer hetzelfde als wanneer de zon op onze hand schijnt, als de afstand tot die lamp ongeveer 10 cm is. Bereken uit deze waarneming de energie productie (in W) van de zon.

b. De werkelijke antwoord op *a.* is $L_{\odot} = 3.9 \times 10^{26} \text{ W}$. Neem dit in het vervolg.

Bij de kernreacties in het centrale deel van de zon wordt waterstof omgezet in helium. Daarbij komt energie vrij en worden ook positronen en neutrino's geproduceerd (in zekere zin om van een proton een neutron te maken). Neem aan, dat de energie, die de positronen en neutrino's meenemen verwaarloosbaar is en ook, dat hun massa verwaarloosbaar is. De massa van een proton is 1.0073 amu en van een helium-kern 4.0026 amu.

Bereken met $E = mc^2$ hoeveel J er per gevormde helium-kern vrijkomt. En vervolgens met de waarde van L_{\odot} hoeveel helium-kernen er per seconde worden gevormd in de zon.

c. De zon blijft op de hoofdreeks totdat een totaal aan protonen van 10% van de massa van de zon in de centrale delen is omgezet in helium. Hoeveel helium-kernen worden er dan over de totale levensduur van de zon gevormd? En met het huidige tempo: hoe lang doet de zon daar dan over?

Hoeveel neutrino's komen er bij de vorming van een helium-kern vrij? Hoeveel neutrino's van de zon treffen dan 1 m² op aarde per seconde?

d. In 1987 ontplofte supernova SN1987A in de Grote Magelhaense Wolk (afstand 52 kpc). Het centrale deel van de ster (bestaande uit zware elementen als Fe, C, O, enz.) stortte ineen tot een neutronenster. Neem aan, dat dit een totale massa van $2 M_{\odot}$ betrof en dat de helft van de materie voor de ineenstorting in de vorm van protonen was en de andere helft neutronen. Bij elk van de protonen komt een neutrino vrij om een neutron te vormen. Hoeveel neutrino's van SN1987A troffen de aarde per m²?

e. Neutrino's hebben een zeer geringe wisselwerking met andere materie. Ruwweg heb je een kolom water met een lengte van 1 lichtjaar (ongeveer 0.3 pc) nodig om een neutrino in te vangen. Water heeft een dichtheid van 1 kg per liter. Als de flux 1 neutrino per m² zou zijn, hoeveel kg water heb je dan nodig om dat ene neutrino in te vangen?

De Japans/USA neutrino detector Kamiokande II (in Japan) heeft neutrino's van SN1987A gevangen. Deze detector had een cylinder-vormige tank met een doorsnede van ongeveer 15 m en een hoogte van ongeveer 17 m, geheel gevuld met water. Hoeveel neutrino's heeft Kamiokande II van SN1987A gevangen?

Een mens is ongeveer 100 liter water en er zijn op aarde, zeg, 5×10^9 mensen. Hoeveel mensen hebben een neutrino van SN1987A gevangen? Verwaarloos hierbij, dat een minieme fractie van de mensen er 2 (of meer) zouden invangen.

Hoeveel mensen per seconde vangen een neutrino van de zon in? En hoeveel vang je er in de loop van een mensenleven (stel 100 jaar) in?

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

26 juni 2000, 9:00–12:00 uur

Uitwerkingen van vraag 3.

a. De afstand tot de zon is 1 AE. Dus de energie productie van de zon is dan

$$L_{\odot} = 150 \left(\frac{1.5 \times 10^{11}}{0.1} \right)^2 = 3.4 \times 10^{26} \text{ W.}$$

b. Vier protonen zijn samen $4 \times 1.0073 = 4.0292$ amu. Het verschil met een helium-kern is dus $4.0292 - 4.0026 = 0.0266$ amu $= 4.5 \times 10^{-29}$ kg.

Invullen in $E = mc^2$ geeft dan $4.5 \times 10^{-29} \times (3.0 \times 10^8)^2 = 4.1 \times 10^{-12}$ J per helium-kern. Het aantal gevormde helium-kernen per seconde is dan

$$\frac{3.9 \times 10^{26}}{4.1 \times 10^{-12}} = 9.6 \times 10^{37}.$$

c. Het aantal protonen, dat op den duur omgezet wordt in helium is

$$0.1 M_{\odot} = \frac{0.1 \times 2.0 \times 10^{30}}{1.0073 \times 1.7 \times 10^{-27}} = 1.2 \times 10^{56}.$$

Voor elke helium-kern zijn 4 protonen nodig. Dus het aantal helium-kernen, dat wordt gevormd over de levensduur van de zon is 2.9×10^{55} .

Dit gebeurt in een tempo van 9.6×10^{37} per seconde. Dus de totale levensduur van de zon is

$$T_{\odot} = \frac{2.9 \times 10^{55}}{9.6 \times 10^{37}} = 3.0 \times 10^{17} \text{ s} = 9.4 \times 10^9 \text{ jaar.}$$

Bij de vorming van een helium-kern uit 4 protonen, moeten 2 protonen worden omgezet in een neutron. Om een proton om te zetten in een neutron moet een positron de elektrische lading wegdragen, en om het aantal deeltjes en anti-deeltjes samen gelijk te houden (positron is een anti-deeltje) moet er dus een neutrino vrijkomen. Dus 2 neutrino's per gevormde helium-kern. Dus het aantal vrijkomende neutrino's is per seconde

$$2 \times 9.6 \times 10^{37} = 1.9 \times 10^{38}.$$

Op een afstand van 1 AE gaan die door een bol met een oppervlak

$$4\pi(1\text{AE})^2 = 4\pi(1.5 \times 10^{11})^2 = 2.8 \times 10^{23} \text{ m}^2.$$

Per m^2 gaan er dus per seconde

$$\frac{1.9 \times 10^{38}}{2.8 \times 10^{23}} = 6.8 \times 10^{14}.$$

d. Er was een zonsmassa aan protonen, d.w.z. hun aantal was

$$1 M_{\odot} = \frac{2.0 \times 10^{30}}{1.0073 \times 1.7 \times 10^{-27}} = 1.2 \times 10^{57}.$$

Er werden dus evenveel neutrino's gevormd. Op een afstand van 52 kpc gingen die door een bol met oppervlak

$$4\pi(52.000 \times 3.1 \times 10^{16})^2 = 3.3 \times 10^{43} \text{ m}^2.$$

Dus het aantal neutrino's per m^2 , dat de aarde trof was

$$\frac{1.2 \times 10^{57}}{3.3 \times 10^{43}} = 3.6 \times 10^{13}.$$

e. Bij een flux van 1 neutrino per m^2 heb je dus een kolom water nodig met een diameter van 1 m^2 en een lengte van 1 lichtjaar. Dit is een volume van

$$1 \times 0.3 \times 3.1 \times 10^{16} = 9.3 \times 10^{15} \text{ m}^3.$$

Water weegt 1 kg per dm^3 , dus dit is 9.3×10^{18} kg water. Zoveel water heb je dus nodig om een neutrino in te vangen.

Het volume van de Kamiokande II detector¹ was $\pi(7.5)^2 \times 17 = 3.0 \times 10^3 \text{ m}^3$ of wel 3.0×10^6 kg water. Het aantal neutrino's was 3.6×10^{13} per m^2 . Dus is het aantal ingevangen neutrino's

$$3.6 \times 10^{13} \frac{3.0 \times 10^6}{9.3 \times 10^{18}} = 12.^2$$

Een mens is ongeveer 100 kg water. Dus daarvoor is het aantal

$$3.6 \times 10^{13} \frac{100}{9.3 \times 10^{18}} = 3.9 \times 10^{-4}.$$

Het aantal mensen, dat in februari 1987 een neutrino van SN1987A inving was dan $5 \times 10^9 \times 3.9 \times 10^{-4} = 1.9 \times 10^6$.

Van de zon is de flux 6.8×10^{14} neutrino's per m^2 . De invang van het aantal neutrino's per mens per seconde is dan

$$6.8 \times 10^{14} \frac{100}{9.3 \times 10^{18}} = 7.3 \times 10^{-3}.$$

Je kunt dit dus ook uitdrukken als eens in de 137 seconden ofwel ruim 2 minuten.

Het aantal mensen per seconde, dat een neutrino van de zon invangt is dan $5 \times 10^9 \times 7.3 \times 10^{-3} = 3.6 \times 10^7$.

Over een periode van 100 jaar is het aantal neutrino's, dat een mens invangt, $100 \times 3.2 \times 10^7 \times 7.3 \times 10^{-3} = 2.3 \times 10^7$.³

¹De Kamiokande detector werkt als volgt. Een neutrino botst (zeer zelden dus) met een electron in de watermoleculen, dat daardoor een hoge energie en dus snelheid krijgt. Deze electronen bewegen dan sneller dan de lichtsnelheid in water en zenden daarbij zogenaamde Cherenkov-straling uit, dat als gewoon licht kan worden gedetecteerd. Hierdoor kan overigens ook de richting worden gemeten. Kamiokande II was alleen gevoelig voor neutrino's met een energie groter dan ongeveer 7.5 MeV, maar supernova neutrino's hebben een energie van 10 tot 30 MeV. Neutrino detectoren staan ver onder de grond in mijnen of tunnels door bergen omdat de bovenliggende gesteenten de natuurlijke kosmische straling, die veel meer detecteerbare deeltjes oplevert, tegenhouden.

²In werkelijkheid heeft Kamiokande II 9 neutrino's binnen 2 seconden "gezien" en binnen 13 seconden nog eens 3. De IMB detector in Ohio (USA) zag er 8 en de Baksan detector in de Caucasus (Sovjet-Unie) misschien nog eens 5. Totaal zijn dus maximaal 25 neutrino's op aarde van SN1987A gedetecteerd. De neutrino's van SN1987A moesten eerst dwars door de aarde om Kamiokande II te bereiken. Deze paar neutrino's, die werden gedetecteerd, waren heel belangrijk, omdat zij de correctheid van het idee van een "core collapse" bij een supernova explosie bevestigden. Overigens zien detectoren als Kamiokande II, of de grotere uitvoering Super-Kamiokande (5×10^7 kg water, werkend sinds 1996), alleen een kleine fractie van de neutrino's van de zon, namelijk die met de hoogste energie.

³Deze berekening is eigenlijk niet helemaal correct, want neutrino's met energieën als die van de zon zijn nog moeilijker in te vangen. Neutrino's doen overigens nauwelijks schade. De duizend of zo deeltjes, die ons door kosmische straling uit het heelal (ook van de zon en van supernovae) per seconde treffen, kunnen dat zeker wel doen. Daarnaast is er ook de natuurlijke radioactiviteit van de aarde, die afhangt van de plaats waar je bent.