INLEIDING STERRENKUNDE

TENTAMENSTOF, OUDE TENTAMENS, WERKSTUKKEN

De Tentamenstof is in principe, wat op college is behandeld.
Dat wil dus zeggen, de onderwerpen, zoals die op de overhead transparanten voorkomen, maar ook wat daarbij verteld is. De delen van het boek, zoals hieronder aangegeven, geven meer achtergrond en details en helpen een beter begrip te verkrijgen. Onderwerpen daarin, die volgens de transparanten niet aan de orde zijn geweest, zal ik niet vereisen voor het tentamen.

Het is niet nodig om afleidingen uit het hoofd te leren. Om een voorbeeld te geven. Een tentamenopdracht zou kunnen zijn: *Geef een beschrijving van het begrip Jeans-massa.* Dan verwacht ik dus niet de afleiding, maar wel wat het fysisch is. Dus dat het een minimum massa is voor samentrekking, zodanig, dat de interne willekeurige bewegingen onvoldoende zijn om de zwaartekracht te compenseren. En dat het dus afhangt van de (kinetische) temperatuur en de dichtheid met eventueel een formule. Maar zeker, dat de Jeans-massa groter is voor hogere temperatuur en lagere dichtheid en een verklaring waarom dat fysisch gezien logisch is.

Voor een beschrijving van de delen van het boek gebruik ik de **vierde editie** van

M. Zeilik & S.A. Gregory: Introductory Astronomy & Astrophysics.

Part P. Prelude.

Handig als referentietekst. Echter wat van belang is staat al op de transparanten (b.v. het twee-lichamenprobleem). Bestudeer wel **3-3B** (*Stellar Parallax*).

Part I. The Solar System.

Hoofdstuk 1 (*Celestial Mechanics and the Solar System*) behandelt veel belangrijke zaken en dient bestudeerd te worden. Verder raad ik aan om **deel 7-6** (*The Formation of the Solar System*) te lezen; het is echter geen tentamenstof.

Part II. The Stars.

Hoofdstuk 11 (*Stars: Distances and Magnitudes*) is in z'n geheel tentamenstof.

Hoofdstuk 12 (*Stars: Binary Systems*) is tentamenstof, behalve dat ik geen gedetailleerde tentamenvragen zal stellen over **12-4** (*Eclipsing Binaries*) en **12-5** (*Interferometric Stellar Diameters and Effective Temperatures*). Bestudeer het wel als achtergrond.

Hoofdstuk 13 (*Stars: The Hertzsprung–Russell Diagram*) is tentamenstof. Ik zal geen gedetailleerde tentamenvragen stellen uit **13-1** (*Stellar Atmospheres*) en **13-3F** (*Elemental Abundance Effects*).

Part III. The Milky Way Galaxy.

Hoofdstuk 14 (*Our Galaxy: A Preview*) is tentamenstof.

Hoofdstuk 15 (*The Interstellar Medium and Star Birth*) is ook tentamenstof. Op veel plekken is het gedetailleerder, dan ik heb behandeld. Zaken die volgens de transparanten niet aan de orde zijn geweest, zullen niet op tentamen worden gevraagd, zoals b.v. **15-1E** (*The Nature of Interstellar Grains*) of het deel over *Continuous Radio Emission* in **15-2B**. Ook deel **15-3** (*Star Formation*) heeft meer details dan ik behandeld heb (over magneetvelden en moleculaire uitstroom), die ik niet op tentamen zal vragen.

Hoofdstuk 16 (*The Evolution of Stars*) is tentamenstof, maar ook hier geldt, dat de tentamenvragen niet zullen gaan over zaken, die ik op college niet heb besproken (zie dus de transparanten om te zien, waarover het zeker wel gaat). Over het algemeen geeft het boek meer details dan ik tijd heb om te behandelen.

Hoofdstuk 17 (*Star Deaths*) is ook tentamenstof. Ook hier geldt, dat details, die niet zijn behandeld, niet op tentamen hoeven te worden gereproduceerd. Ze zijn wel van belang voor een beter begrip, dus wel bestuderen.

Hoofdstuk 18 (*Variable and Violent Stars*). Alleen de delen **18-2** (*Pulsating Stars*) en **18-5** (*Cataclysmic end Eruptive Variables*), behalve **18-5A** (*Novae*).

Hoofstuk 19 (*Galactic Rotation: Stellar Motions*). Het hele hoofdstuk is tentamenstof.

Hoofdstuk 20 (*The Evolution of Our Galaxy*). Het hele hoofdstuk behalve **20-4** (*Cosmic Rays and Galactic Magnetic Fields*). Ook dit hoofdstuk heeft meer details dan ik op het college kon behandelen.

Part 4. The Universe.

Hoofdstuk 21. (*Galaxies beyond the Milky Way*). De delen over radio continuum-, infrarood- en Röntgenstraling zijn voor achtergrond en geen tentamenstof.

Hoofdstuk 22 (*Hubble's Law and the Distance Scale*). Dit heeft meer gedetailleerde achtergrond dan ik behandeld heb.

Hoofdstuk 23 (*Large-Scale Structure in the Universe*). Het gehele hoofdstuk is tentamenstof.

Hoofdstuk 24 (*Active Galaxies and Quasars*). Over dit onderwerp heb ik alleen enkele dingen kunnen zeggen en dat is de tentamenstof (zie dus de transparanten). Het is wel interessante achtergrondinformatie.

Hoofdstuk 25 (*Cosmology: The Big Bang and Beyond*). Ook dit is tentamenstof, behalve deel **25-2** (*Einstein's Theory of General Relativity*), dat voor een goed begrip wel bestudeerd moet worden.

Hoofdstuk 26 (*The New Cosmology*). Wel bestuderen, geen tentamenstof.

Bijgevoegd zijn de eerdere tentamens voor dit college; bedenk, dat positonele sterrenkunde, veel over het planetenstelsel en stralingstheorie in 2000 en 2001 niet bij het college hoorden, maar er op verzoek van de studenten aan zijn toegevoegd.
Ik heb ook vraagstukken uit enkele oude tentamens bijgevoegd uit een periode, toen ik een zeer vergelijkbaar college gaf (destijds *Sterrenkunde I* geheten).

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

26 juni 2000, 9:00–12:00 uur

Vermeldt naam, adres, studierichting, jaar van eerste inschrijving en inschrijvingsnummer.

Gemiddeld heb je voor elke vraag een uur en dat moet ruim voldoende zijn. Desondanks is mijn advies om –als je in tijdnood komt– toch in ieder geval om 10:00 uur met vraag 2 en om 11:00 uur met vraag 3 te beginnen en dan aan het eind te zien of je nog tijd overhebt.
Bij de derde vraag wordt een aantal berekeningen gevraagd; als je geen rekenmachine bij je hebt, reken dan in ronde getallen (d.w.z. bijvoorbeeld 1 pc $= 3 \times 10^{16}$ *m;* $\pi = 3$*). De aanpak is belangrijker dan het goede antwoord.*

1. Beschrijf de **vorming, evolutie en eindstadia van sterren**. Zorg, dat in ieder geval achtereenvolgens de volgende begrippen ter sprake komen:
Jeans massa – fragmentatie – bruine dwerg – spectraaltype en kleurindex – effectieve temperatuur – lichtkracht – Hertzsprung-Russell diagram – hoofdreeks – waterstof-verbranding – afhankelijkheid van massa – levensduur – rode reus – helium-verbranding – degeneratiedruk – witte dwerg – supernova – neutronenster – zwart gat.

2. Beschrijf de **vorming en structuur van ons Melkwegstelsel** aan de hand van het concept van **Sterpopulaties**.
Beschrijf daartoe eerst de eigenschappen van de twee populaties aan de hand van de leeftijden van sterren, ruimtelijke verdeling, bewegingen, abondanties, de soorten sterclusters en het voorkomen van gas en stof. Leg uit, hoe je van een cluster de leeftijd kunt bepalen.
Laat dan zien, hoe dat alles past in het beeld van de vorming van ons Melkwegstelsel.

3. Deze opgave omvat het schatten van een aantal zaken, die te doen hebben met **neutrino's van de zon en supernova SN1987A**.
Gegevens zijn de volgende:

- 1 parsec (pc) $= 3.1 \times 10^{16}$ m; 1 Astronomische Eenheid (AE) $= 1.5 \times 10^{11}$ m.
- 1 Zonsmassa ($M_\odot$) $= 2.0 \times 10^{30}$ kg ; 1 atomic mass unit (amu) $= 1.7 \times 10^{-27}$ kg.
- Lichtsnelheid $c = 3.0 \times 10^{8}$ m s^{-1}; 1 jaar $= 3.2 \times 10^{7}$ s.
- 1 N (Newton) = 1 kg m s^{-2} ; 1 J (Joule) = 1 N m; 1 W (Watt) = 1 J s^{-1}.

a. Een eenvoudige schatting van de energie productie in de zon kan als volgt gemaakt worden. Als we de rug van de hand in de buurt van een gewone gloeilamp houden voelen we de warmte-uitstraling op de huid. Voor een lamp van 150 W voelt het dan ongeveer hetzelfde als wanneer de zon op onze hand schijnt, als de afstand tot die lamp ongeveer 10 cm is. Bereken uit deze waarneming de energie productie (in W) van de zon.

b. De werkelijke antwoord op *a.* is $L_\odot = 3.9 \times 10^{26}$ W. Neem dit in het vervolg.
Bij de kernreakties in het centrale deel van de zon wordt waterstof omgezet in helium. Daarbij komt energie vrij en worden ook positronen en neutrino's geproduceerd (in zekere zin om van een proton een neutron te maken). Neem aan, dat de energie, die de positronen en neutrino's meenemen verwaarloosbaar is en ook, dat hun massa verwaarloosbaar is. De massa van een proton is 1.0073 amu en van een helium-kern 4.0026 amu.
Bereken met $E = mc^2$ hoeveel J er per gevormde helium-kern vrijkomt. En vervolgens met de waarde van $L_\odot$ hoeveel helium-kernen er per seconde worden gevormd in de zon.

c. De zon blijft op de hoofdreeks totdat een totaal aan protonen van 10% van de massa van de zon in de centrale delen is omgezet in helium. Hoeveel helium-kernen worden er dan over de totale levensduur van de zon gevormd? En met het huidige tempo: hoe lang doet de zon daar

dan over?
Hoeveel neutrino's komen er bij de vorming van een helium-kern vrij? Hoeveel neutrino's van de zon treffen dan 1 m^2 op aarde per seconde?

d. In 1987 ontplofte supernova SN1987A in de Grote Magelhaense Wolk (afstand 52 kpc). Het centrale deel van de ster (bestaande uit zware elementen als Fe, C, O, enz.) stortte ineen tot een neutronenster. Neem aan, dat dit een totale massa van 2 $M_\odot$ betrof en dat de helft van de materie voor de ineenstorting in de vorm van protonen was en de andere helft neutronen. Bij elk van de protonen komt een neutrino vrij om een neutron te vormen. Hoeveel neutrino's van SN1987A troffen de aarde per m^2?

e. Neutrino's hebben een zeer geringe wisselwerking met andere materie. Ruwweg heb je een kolom water met een lengte van 1 lichtjaar (ongeveer 0.3 pc) nodig om een neutrino in te vangen. Water heeft een dichtheid van 1 kg per liter. Als de flux 1 neutrino per m^2 zou zijn, hoeveel kg water heb je dan nodig om dat ene neutrino in te vangen?
De Japans/USA neutrino detector Kamiokande II (in Japan) heeft neutrino's van SN1987A gevangen. Deze detector had een cylinder-vormige tank met een doorsnede van ongeveer 15 m en een hoogte van ongeveer 17 m, geheel gevuld met water. Hoeveel neutrino's heeft Kamiokande II van SN1987A ingevangen?
Een mens is ongeveer 100 liter water en er zijn op aarde, zeg, 5×10^9 mensen. Hoeveel mensen hebben een neutrino van SN1987A ingevangen? Verwaarloos hierbij, dat een minieme fractie van de mensen er 2 (of meer) zouden invangen.
Hoeveel mensen per seconde vangen een neutrino van de zon in? En hoeveel vang je er in de loop van een mensenleven (stel 100 jaar) in?

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

26 juni 2000, 9:00–12:00 uur

Uitwerkingen van vraag 3.

a. De afstand tot de zon is 1 AE. Dus de energie productie van de zon is dan

$$L_\odot = 150 \left(\frac{1.5 \times 10^{11}}{0.1} \right)^2 = 3.4 \times 10^{26} \text{ W}.$$

b. Vier protonen zijn samen $4 \times 1.0073 = 4.0292$ amu. Het verschil met een helium-kern is dus 4.0292 - 4.0026 $= 0.0266$ amu $= 4.5 \times 10^{-29}$ kg.
Invullen in $E = mc^2$ geeft dan $4.5 \times 10^{-29} \times (3.0 \times 10^8)^2 = 4.1 \times 10^{-12}$ J per helium-kern.
Het aantal gevormde helium-kernen per sekonde is dan

$$\frac{3.9 \times 10^{26}}{4.1 \times 10^{-12}} = 9.6 \times 10^{37}.$$

c. Het aantal protonen, dat op den duur omgezet wordt in helium is

$$0.1 \text{ M}_\odot = \frac{0.1 \times 2.0 \times 10^{30}}{1.0073 \times 1.7 \times 10^{-27}} = 1.2 \times 10^{56}.$$

Voor elke helium-kern zijn 4 protonen nodig. Dus het aantal helium-kernen, dat wordt gevormd over de levensduur van de zon is 2.9×10^{55}.
Dit gebeurt in een tempo van 9.6×10^{37} per seconde. Dus de totale levensduur van de zon is

$$T_\odot = \frac{2.9 \times 10^{55}}{9.6 \times 10^{37}} = 3.0 \times 10^{17} \text{ s} = 9.4 \times 10^9 \text{ jaar}.$$

Bij de vorming van een helium-kern uit 4 protonen, moeten 2 protonen worden omgezet in een neutron. Om een proton om te zetten in een neutron moet een positron de electrische lading wegdragen, en om het aantal deeltjes en anti-deeltjes samen gelijk te houden (positron is een anti-deeltje) moet er dus een neutrino vrijkomen. Dus 2 neutrino's per gevormde helium-kern.
Dus het aantal vrijkomende neutrino's is per seconde

$$2 \times 9.6 \times 10^{37} = 1.9 \times 10^{38}.$$

Op een afstand van 1 AE gaan die door een bol met een oppervlak

$$4\pi(1\text{AE})^2 = 4\pi(1.5 \times 10^{11})^2 = 2.8 \times 10^{23} \text{ m}^2.$$

Per m^2 gaan er dus per seconde

$$\frac{1.9 \times 10^{38}}{2.8 \times 10^{23}} = 6.8 \times 10^{14}.$$

d. Er was een zonsmassa aan protonen, d.w.z. hun aantal was

$$1 \text{ M}_\odot = \frac{2.0 \times 10^{30}}{1.0073 \times 1.7 \times 10^{-27}} = 1.2 \times 10^{57}.$$

Er werden dus evenveel neutrino's gevormd. Op een afstand van 52 kpc gingen die door een bol met oppervlak

$$4\pi(52.000 \times 3.1 \times 10^{16})^2 = 3.3 \times 10^{43} \ \ \mathrm{m}^2.$$

Dus het aantal neutrino's per m^2, dat de aarde trof was

$$\frac{1.2 \times 10^{57}}{3.3 \times 10^{43}} = 3.6 \times 10^{13}.$$

e. Bij een flux van 1 neutrino per m^2 heb je dus een kolom water nodig met een diameter van 1 m^2 en een lengte van 1 lichtjaar. Dit is een volume van

$$1 \times 0.3 \times 3.1 \times 10^{16} = 9.3 \times 10^{15} \ \ \mathrm{m}^3.$$

Water weegt 1 kg per dm^3, dus dit is 9.3×10^{18} kg water. Zoveel water heb je dus nodig om een neutrino in te vangen.
Het volume van de Kamiokande II detector[1] was $\pi(7.5)^2 \times 17 = 3.0 \times 10^3$ m^3 of wel 3.0×10^6 kg water. Het aantal neutrino's was 3.6×10^{13} per m^2. Dus is het aantal ingevangen neutrino's

$$3.6 \times 10^{13} \frac{3.0 \times 10^6}{9.3 \times 10^{18}} = 12.$$[2]

Een mens is ongeveer 100 kg water. Dus daarvoor is het aantal

$$3.6 \times 10^{13} \frac{100}{9.3 \times 10^{18}} = 3.9 \times 10^{-4}.$$

Het aantal mensen, dat in februari 1987 een neutrino van SN1987A inving was dan $5 \times 10^9 \times 3.9 \times 10^{-4} = 1.9 \times 10^6$.
Van de zon is de flux 6.8×10^{14} neutrino's per m^2. De invang van het aantal neutrino's per mens per seconde is dan

$$6.8 \times 10^{14} \frac{100}{9.3 \times 10^{18}} = 7.3 \times 10^{-3}.$$

Je kunt dit dus ook uitdrukken als eens in de 137 seconden ofwel ruim 2 minuten.
Het aantal mensen per seconde, dat een neutrino van de zon invangt is dan $5 \times 10^9 \times 7.3 \times 10^{-3} = 3.6 \times 10^7$.
Over een periode van 100 jaar is het aantal neutrino's, dat een mens invangt, $100 \times 3.2 \times 10^7 \times 7.3 \times 10^{-3} = 2.3 \times 10^7$.[3]

---

[1] De Kamiokande detector werkt als volgt. Een neutrino botst (zeer zelden dus) met een electron in de watermoleculen, dat daardoor een hoge energie en dus snelheid krijgt. Deze electronen bewegen dan sneller dan de lichtsnelheid in water en zenden daarbij zogenaamde Cherenkov-straling uit, dat als gewoon licht kan worden gedetecteerd. Hierdoor kan overigens ook de richting worden gemeten. Kamiokande II was alleen gevoelig voor neutrino's met een energie groter dan ongeveer 7.5 MeV, maar supernova neutrino's hebben een energie van 10 tot 30 MeV. Neutrino detectoren staan ver onder de grond in mijnen of tunnels door bergen omdat de bovenliggende gesteenten de natuurlijke kosmische straling, die veel meer detecteerbare deeltjes oplevert, tegenhouden.

[2] In werkelijkheid heeft Kamiokande II 9 neutrino's binnen 2 seconden "gezien" en binnen 13 seconden nog eens 3. De IMB detector in Ohio (USA) zag er 8 en de Baksan detector in de Caucasus (Sovjet-Unie) misschien nog eens 5. Totaal zijn dus maximaal 25 neutrino's op aarde van SN1987A gedetecteerd. De neutrino's van SN1987A moesten eerst dwars door de aarde om Kamiokande II te bereiken. Deze paar neutrino's, die werden gedetecteerd, waren heel belangrijk, omdat zij de correctheid van het idee van een "core collapse" bij een supernova explosie bevestigden. Overigens zien detectoren als Kamiokande II, of de grotere uitvoering Super-Kamiokande (5×10^7 kg water, werkend sinds 1996), alleen een kleine fractie van de neutrino's van de zon, namelijk die met de hoogste energie.

[3] Deze berekening is eigenlijk niet helemaal correct, want neutrino's met energieën als die van de zon zijn nog moeilijker in te vangen. Neutrino's doen overigens nauwelijks schade. De duizend of zo deeltjes, die ons door kosmische straling uit het heelal (ook van de zon en van supernovae) per seconde treffen, kunnen dat zeker wel doen. Daarnaast is er ook de natuurlijke radioactiviteit van de aarde, die afhangt van de plaats waar je bent.

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

2 juli 2001, 9:00–12:00 uur

Vermeldt naam, adres, studierichting, jaar van eerste inschrijving en inschrijvingsnummer.

Gemiddeld heb je voor elke vraag een uur en dat moet ruim voldoende zijn. De eerste vraag is wat meer werk dan de andere en ik houd daar rekening mee in het cijfer. Desondanks is mijn advies om –als je in tijdnood komt– toch in ieder geval om 10:15 uur met vraag 2 en om 11:00 uur met vraag 3 te beginnen en dan aan het eind te zien of je nog tijd overhebt.

Voor vraag 3:
Gegevens: straal van de zon $R_\odot = 6.9 \times 10^5$ *km, effectieve temperatuur van de zon 6000 K, de absolute bolometrische magnitude van de zon 4.7.*
De aanpak is belangrijker dan het goede antwoord.

1. Beschrijf de **vorming, evolutie en eindstadia van sterren**. Zorg, dat in ieder geval achtereenvolgens de volgende begrippen ter sprake komen:

- Jeans massa
- Fragmentatie
- Bruine dwerg
- Spectraaltype en kleurindex
- Effectieve temperatuur
- Lichtkracht
- Hertzsprung-Russell diagram
- Hoofdreeks
- Waterstof-verbranding
- Afhankelijkheid van massa
- Levensduur
- Leeftijdsbepaling van een cluster via het H-R-diagram
- Rode reus
- Helium-verbranding
- Degeneratiedruk
- Witte dwerg
- Supernova
- Neutronenster
- Zwart gat

2. Bespreek de volgende begrippen:

- Derde wet van Kepler
- Parallax
- Parsec
- Absolute magnitude
- Kleur-excess
- Differentiële rotatie
- Bolhopen
- Roodverschuiving
- Hubble classificatie
- Quasar

3. Baade-Wesselink Methode.

Een supernova explodeert in een extragalactisch stelsel. Uit spectra blijkt, dat gedurende de eerste 40 dagen de expansiesnelheid 2000 km s^{-1} is. Aan het eind van die periode meet men nauwkeurig de spectrale energie verdeling en vindt dan een effectieve temperatuur van 60,000 K en een schijnbare bolometrische magnitude van 14.7. Wat is de afstand van de supernova en het stelsel waartoe het behoort?
Tip: Denk aan het verband tussen lichtkracht, straal en effectieve temperatuur.

Tentamen Inleiding Sterrenkunde

2 juli 2001, 9:00–12:00 uur

Uitwerkingen van vraag 3.

De straal na 40 dagen is

$$R = 2000 \text{ km s}^{-1} \times 40 \times 24 \times 60 \times 60 = 6.9 \times 10^9 \text{ km}.$$

We gebruiken de formule, die de lichtkracht L beschrijft als functie van straal R en effectieve temperatuur T_{eff}

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4.$$

Voor elk object moet dus gelden $L \propto R^2 T_{\text{eff}}^4$ en dus geldt voor de zon $L_\odot \propto R_\odot^2 T_{\text{eff},\odot}^4$. Dan krijgen we in zons-eenheden:

$$\frac{L}{L_\odot} = \left(\frac{R_\odot}{6.9 \times 10^5 \text{ km}}\right)^2 \left(\frac{T_{\text{eff},\odot}}{6000 \text{ K}}\right)^4.$$

Dus de lichtkracht van de supernova na 40 dagen is

$$L_{\text{SN}} = \left(\frac{6.9 \times 10^9}{6.9 \times 10^5}\right)^2 \left(\frac{60,000}{6000}\right)^4 = 1.0 \times 10^{12} L_\odot.$$

De absolute bolometrische magnitude is dan

$$M_{\text{bol}} = M_{\text{bol},\odot} - 2.5 \log \frac{L_{\text{SN}}}{L_\odot} = 4.7 - 2.5 \log(1.0 \times 10^{12}) = -25.3.$$

Als je je deze formule niet meer herinnert, had je dit kunnen reconstrueren als je bedenkt, dat 5 magnituden een factor 100 is (en dat had je horen te weten) en dat dus een factor 10^{12} overeenkomt met 30 magnituden. Dan is de absolute bolometrische magnitude van de supernova 30 magnituden helderder dan die van de zon.

De formule voor de afstand r is

$$m - M = -5 + 5 \log r.$$

Dus

$$14.7 - (-25.3) = 40.0 = -5 + 5 \log r,$$

$$\log r = \frac{40 + 5}{5} = 9,$$

$$r = 10^9 \text{ pc} = 10^3 \text{ Mpc}.$$

Mocht je ook deze formule niet geweten hebben, dan had je horen te weten, dat de absolute magnitude die is, die het object heeft op een afstand van 10 pc. Het verschil tussen schijnbare en absolute magnituden is 40, dus 8×5 magnituden, dus een factor $100^8 = 10^{16}$. Aangezien de helderheid afneemt met het kwadraat van de afstand, gaat het om aan factor 10^8 verder dan 10 pc, dus 10^9 pc.

Enkele oude tentamen opgaven.

Gegevens:
1 pc = 3.01×10^{16} m; 1 A.E. = 1.50×10^{11} m; 1 jaar = 3.16×10^{7} sec.
$M_{\mathrm{V},\odot} = 4.8$; $M_{\mathrm{bol},\odot} = 4.7$; $R_\odot = 6.96 \times 10^{8}$ m; $T_{\mathrm{eff},\odot} = 5800$ K;
$1L_\odot = 3.9 \times 10^{26}$ kg m^2 sec^{-3}; $1M_\odot = 1.99 \times 10^{30}$ kg.
$G = 6.66 \times 10^{-11}$ kg^{-1} m^3 sec^{-2}; $c = 3.00 \times 10^{8}$ m sec^{-1}; 1 eV = 1.60×10^{-19} J.

Argument van Cheseaux.
Cheseaux liet zien, dat als de vaste sterren objecten zijn als de zon, ze op afstanden van de orde van enkele lichtjaren moeten staan. Hij baseerde dit op de volgende gegevens. Mars ziet er uit als een ster van $M_{\mathrm{V}} = 1.0$, wanneer deze op een afstand van 2 A.E. van de aarde staat. De straal van de Marsbaan is 1.5 A.E. en de straal van Mars zelf 3000 km. We nemen aan, dat we in deze positie het gehele verlichte deel van Mars zien en dat Mars het ontvangen licht als een Lambert-oppervlak verstrooit (d.w.z. dat de totale energie isotroop (= uniform in alle richtingen) wordt verstrooid).
a. Laat zien, dat op grond van deze gegevens een ster met een schijnbare helderheid $m_{\mathrm{V}} = 1$ een absolute magnitude gelijk aan die van de zon heeft, als die ster op een afstand van 1 pc staat.
b. Is het inderdaad zo, dat sterren van $m_{\mathrm{V}} = 1$, die we aan de hemel zien een absolute magnitude hebben als de zon? Verklaar m.b.v. het Hertzsprung-Russell diagram.
c. Aldebaran (α Tau) heeft $m_{\mathrm{V}} = 1.1$ en $d = 15$ pc en de ster 61 Cygni $m_{\mathrm{V}} = 5.1$ en $d = 3$ pc. Beide zijn sterren van spectraaltype K5. Bereken hun absolute magnitude en teken hun positie in het H.R. diagram.
d. Bereken uit het resultaat van **a.** de absolute magnitude voor de zon en teken deze ook in het H-R-diagram. In werkelijkheid is voor de zon $M_{\mathrm{V}} = 4.8$. Aan welke van de bovengenoemde aannamen zou volgens u dit verschil te wijten zijn?

Oplossingen.
a. Stel de zonshelderheid L. Dit wordt uitgestraald over 4π steradialen. Dus op de afstand van Mars (R) geeft dit per cm^2 $L/4\pi R^2$. Mars onderschept als zijn straal r is, in totaal over een oppervlak loodrecht op de richting naar de zon van πr^2 cm^2; dus Mars ontvangt

$$\pi r^2 \frac{L}{4\pi R^2} = \frac{r^2 L}{4R^2}.$$

Het oppervlak straalt dit isotroop terug (uiteraard alleen "naar boven") en dus over een ruimtehoek van 2π steradialen. Op de aarde (neem de afstand aarde - Mars gelijk aan D) is de ontvangen straling per cm^2 dan

$$\frac{r^2 L}{4R^2}\frac{1}{2\pi D^2} = \frac{r^2 L}{8\pi R^2 D^2}.$$

Nu de ster. Stel de afstand op d. De helderheid is als die van de zon, dus eveneens uitgestraald in 4π steradialen. Dus de ontvangen straling op aarde per cm^2 is dan $L/4\pi d^2$.
Beide moeten nu gelijk zijn, dus

$$\frac{r^2 L}{8\pi R^2 D^2} = \frac{L}{4\pi d^2}.$$

Dit geeft

$$d = \frac{\sqrt{2}RD}{r}.$$

Dus
$$d = \frac{\sqrt{2} \times 1.5 \times 1.50 \times 10^{11} \times 2 \times 1.5 \times 10^{11}}{3 \times 10^6} = 3.18 \times 10^{16} \text{ m} = 1.06 \text{ pc.}$$

c. De formule is
$$M = m + 5 - 5 \log d.$$

Invullen geeft dan $M_V = 0.22$ voor α Tau en $M_V = 7.7$ voor 61 Cyg. Dus α Tau is een reus en 61 Cygni een dwerg.
d. Voor de zon was gegeven, dat $m_V = 1$ voor $d = 1.06$ pc. Dan volgt, dat $M_V = 5.9$. Het verschil met 4.8 is vooral het gevolg van het feit, dat het oppervlak van Mars geen Lambert-vertrooier is.

Spectroscopische dubbelster.
Een ster blijkt zowel een spectroscopische dubbelster te zijn (dus het spectrum is een superpositie van twee sterspectra, die verschillende radiële snelheden hebben), maar ook een bedekkingsveranderlijke (dus tijdens de periode varieert de helderheid, b.v. als de grootste ster voor de andere langstrekt). De periode p is 4.86 jaar. De bedekking (als de grote component de kleine component bedekt) gaat als volgt. Ervoor is de helderheid van het systeem $m_V = 7.64$. In een tijdsduur $\Delta t_1 = 10^{-3}p$ neemt de helderheid af tot $m_V = 7.80$. Daarna blijft dit zo voor een tijdsduur $\Delta t_2 = 3 \times 10^{-4}p$ en neemt dan in een tijdsduur Δt_1 weer toe tot de eerste waarde.
De radiële snelheden van de twee componenten variëren ten opzichte van het gemiddelde tussen -7.8 en +7.8 km/s en tussen -1.2 en +1.2 km/s. Neem aan, dat de afstand 100 pc is en dat de componenten in cirkelbanen bewegen.
a. Wat zijn de massa's van de twee componenten (in $M_\odot$)?
b. Wat zijn de lichtkrachten van de twee componenten uitgedrukt in de zonslichtkracht $L_\odot$?
c. Wat zijn de stralen in zonstralen $R_\odot$ van de twee componenten?
d. Wat zijn de oppervlakte temperaturen van de twee componenten?
Als u een onderdeel niet kunt oplossen, maar wel het resultaat nodig heeft voor een volgend onderdeel, geef dan alleen de methode aan.

Oplossingen.
a. De periode p is 4.96 jaar $= 1.56 \times 10^8$ sec.
T.o.v. het zwaartepunt zijn de baansnelheden 7.8 en 1.2 km/s. T.o.v. *elkaar* hebben de componenten dan een baansnelheid van 9.0 km/s in een baan, waarin één der componenten stil staat en de ander er in een cirkelbaan omheen beweegt.
De omtrek van die baan is, zeg, $2\pi a$ als a de straal is en dit moet gelijk zijn aan de snelheid maal de periode ($V \times p$). Met $V = 9.0$ km/s volgt dan
$$a = \frac{Vp}{2\pi} = 2.25 \times 10^{11} \text{ m} = 1.50 \text{ A.E.}$$

De derde wet van Kepler zegt, dat
$$\frac{P^2}{a^3} = M,$$
waar bij M de totale massa is (en als we respectievelijk als eenheden jaar, A.E. en $M_\odot$ gebruiken).
Dan $M = (4.86)^2/(1.50)^3 = 7.0 M_\odot$.
De verhouding van de massa's is gelijk aan die van de baansnelheden t.o.v. het zwaartepunt en dus $M_1/M_2 = 7.8/1.2$. Dus $M_1 = (7.7/9.0) \times 7.0 = 6.0 M_\odot$ en $M_2 = (1.3/9.0) \times 7.0 = 1.0 M_\odot$.
b. De totale, schijnbare magnitude is $m_V = 7.64$ op een afstand van 100 pc. Op een afstand

van 10 pc (de absolute magnitude) wordt dit een factor 100 helderder ofwel 5 magnituden. Ook kan dit natuurlijk met de formule

$$m - M = -5 + 5 \log r.$$

Dus $M_{\mathrm{V,tot}} = 2.64$. Voor de zon is de absolute magnitude 4.8. Dus $L_{\mathrm{V,tot}} = 10^{(4.8-2.64)/2.5} = 7.3 L_{\odot}$.
In het minimum (als we alleen de grote component zien) is de helderheid afgenomen van 7.64 tot 7.80 magnitude. Dit geeft een absolute magnitude van component 1 alleen van $M_{\mathrm{V},1} = 2.80$. Dus de grote component heeft een lichtkracht van $L_{\mathrm{V},1} = 10^{(4.8-2.8)/2.5} = 6.3 L_{\odot}$. De kleine component heeft dan een lichtkracht van $1.0 L_{\odot}$.
c. In de tijdsduur $\Delta t_1 = 10^{-3} p$ gaat de kleine component achter de grote component en legt dus in de baan t.o.v. de andere component precies zijn diameter af. Dus de diameter van deze ster is 10^{-3} keer de omtrek van die baan en dat was $2\pi a$ met $a = 1.50$ A.E. Dus de diameter van deze component is 1.4×10^9 m en de straal $R_2 = 7 \times 10^8$ m $= 1.0 R_{\odot}$.
De afstand in de baan, waarbij de kleine component achter de grote component is, is gelijk aan de diameter van de grote component *min* die van de kleine component. En de kleine component doet hier een tijd $\Delta t_2 = 3 \times 10^{-4} p$ over. In de relatieve baan is dat dus 3×10^{-3} keer de omtrek. Dus dan

$$\mathrm{Diam}_1 - \mathrm{Diam}_2 = 3 \times 10^{-4} \times 1.41 \times 10^{12} \text{ m}.$$

Hieruit volgt, dat de straal van de grote component $R_1 = 1.3 R_{\odot}$.
d. Er geldt $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$ met T de effectieve temperatuur. Of gewoon $L = R^2 T^4$ als we L, R en T uitdrukken in die grootheden bij de zon. Invullen geeft dan $T_1 = T_{\odot} = 8060$ K en $T_2 = 5800$ K.

Binnenplaneet.
Bij een binnenplaneet noemt men de hoek gezien vanuit de aarde tussen de richting naar de zon en die van de planeet de *elongatie*.
a. Voor en hypothetische planeet is de maximum elongatie 30°. Beschouw de baan van die planeet en die van de aarde als zuivere cirkels. Wat is de omloopstijd van deze planeet?
b. Wat is het tijdsverschil tussen opeenvolgende tijdstippen van maximale elongatie? Als u deel **a.** niet heeft kunnen oplossen, geef dan de methode aan om dit deel te malen.

Oplossingen.
a. We zien dus vanuit de aarde de straal van de planeetbaan onder een hoek van 30°. Uit de rechthoekige driehoek aarde – zon – Mars vinden we dan, dat deze straal gelijk is aan 0.5 A.E. We gebruiken de derde wet van Kepler ($a^3/T^2 = 1$) om de omloopstijd te berekenen. Dit is dan $0.5^{-2/3} = 0.35$ jaar.
b. Deze omloopstijd heet ook wel de siderische omloopstijd. De synodische omloopstijd is die tussen opeenvolgende gelijke configuraties. De formule (alles in jaren) is

$$\frac{1}{T_{\mathrm{syn}}} = \frac{1}{T_{\mathrm{sid}}} - 1.$$

Dus de synodische omloopstijd is 0.55 jaar.
Als we een coordinatenstelsel kiezen, dat met de aarde meebeweegt, staat daarin de aarde stil en gaat de planeet in zijn baan rond in een synodische omloopstijd. Dit betekent, dat twee gelijke configuraties van maximale elongatie om de 0.55 jaar optreden. Maar er zijn twee zulke configuraties (oost en west van de zon). In de planeetbaan liggen die twee configuraties 120° en 240° uit elkaar, gezien vanuit de zon. Dus maximale elongaties treden op met tussenperioden, waarin de planeet 1/3 en 2/3 van een synodische omloop aflegt. Dit is dan 0.18 en 0.37 jaar.

Effectieve temperatuur.
a. Als de temperatuur van de zon toeneemt, neemt ook de helderheid toe. Stel, dat de bolometrische helderheid 1% stijgt, maar de straal gelijk blijft, wat is dan de stijging van effectieve temperatuur in Kelvin?
b. Bij een Cepheïde is het verschil in bolometrische magnitude tussen maximum en minimum 2 magnituden en de bijbehorende effectieve temperaturen zijn 9000 K en 7000 K. Wat is de relatieve verandering in straal tijdens de pulsatie?

Oplossingen.
De formule, die effectieve temperatuur T, straal R en lichtkracht L verbindt is

$$L = 4\pi R^2 \sigma T^4.$$

Differentieer dat bij gelijkblijvende straal, dan krijgen we

$$dL = 4\pi R^2 \sigma 4T^3 dT.$$

Dus

$$\frac{dL}{L} = \frac{4dT}{T}.$$

We hadden $dL/L = 0.01$, dus dan is $dT/T = 0.0025$. $T = 5800$ K, dus $dT = 14.5$ K.
b. Twee magnituden is een factor in lichtkracht van $10^{2/2.5} = 10^{0.8} = 6.31$. Verder kunnen we schrijven

$$\frac{L_{\rm max}}{L_{\rm min}} = \frac{4\pi R^2_{\rm max}\sigma T^4_{\rm max}}{4\pi R^2_{\rm min}\sigma T^4_{\rm min}}.$$

Of

$$6.31 = \left(\frac{R_{\rm max}}{R_{\rm min}}\right)^2 \left(\frac{9000}{7000}\right)^4.$$

Dus

$$\frac{R_{\rm max}}{R_{\rm min}} = 1.52.$$

Expansie en dichtheid van het heelal.
a. Een typisch melkwegstelsel heeft een absolute bolometrische magnitude van $M_{\rm bol} = -20.3$. Een zeker stelsel van deze lichtkracht heeft een radiële snelheid van 1000 km/s en een schijnbare bolometrische magnitude $m_{\rm bol} = 11.2$. Hoe groot is de Hubble constante H? Waarom is H^{-1} een schatting van de ordegrootte van de leeftijd van hte heelal? Bereken ook H^{-1}. Voor de Hubble constante, die u hopelijk net gevonden heeft, is de kritische dichtheid van het heelal 5×10^{-30} g cm^{-3}. Wat betekent dit? Waarom hangt het af van de Hubble constante?
b. We beschouwen ons typische melkwegstelsel als uitsluitend opgebouwd uit M0V-sterren, die een effectieve temperatuur van 4000 K en een straal $R = 2/3 R_\odot$ hebben. Op de Hoofdreeks geldt een massa-lichtkracht relatie $L \propto M^3$ en het heelal heeft 0.1 stelsel per Mpc^3. Als alle massa in de vorm van melkwegstelsels is, is het heelal dan open of gesloten?

Oplossingen.
Als $M_{\rm bol}$ = -20.3 en $m_{\rm bol} = 11.2$, dan is de afstandsmodulus $m - M = 31.5 = -5 + 5\log D$ met D de afstand in pc. Dus $\log D = 35.5/5 = 7.3$ en $D = 2.0 \times 10^7$ pc of 20 Mpc.
$V_{\rm rad}$ is 1000 km/s, dus de Hubble constante is $H = 1000/20 = 5$ km sec^{-1} Mpc^{-1}.

1 Mpc $= 3.01 \times 10^{22}$ m $= 3.01 \times 10^{19}$ km. Dan is $H^{-1} = 6.02 \times 10^{17}$ sec $= 2 \times 10^{10}$ jaar.
b. Gebruik eerst $L = 4\pi R^2 \sigma T^4$. Voor een M0V-ster geeft dit

$$\frac{L}{L_\odot} = \frac{R^2 T^4}{R_\odot^2 T_\odot^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{4000}{5800}\right)^4 = 0.10.$$

Gebruik dan $L \propto M^3$ om de massa uit te rekenen en dit wordt dan $0.10^{1/3} = 0.47\ M_\odot$.
Het stelsel heeft $M_{\rm bol} = -20.3$ en voor de zon $M_{\rm bol,\odot} = 4.7$. Het verschil is 25 magnituden en dat is een factor 10^{10}. Ook natuurlijk kan dit met $2.5 \log(L/L_\odot) = 25.0$. In ieder geval is de lichtkracht van het stelsel $10^{10} L_\odot$.
Met de lichtkracht van een M0V ster zien we dus, dat dit equivalent is aan 10^{11} zulke sterren en dat is een massa van $4.6 \times 10^{10} M_\odot = 9.26 \times 10^{43}$ kg.
We hadden 0.1 stelsel per Mpc^3 en 1 Mpc$^3 = (3.01 \times 10^{22})^3 = 2.67 \times 10^{73}$ cm^3. Dus de dichtheid wordt dan $(9.26 \times 10^{42}/2.67 \times 10^{73}) = 2.34 \times 10^{-31}$ g cm^{-3}. Dat is minder dan de gegeven kritische dichtheid, dus op grond hiervan zou het heelal open moeten zijn.

Interstellair stof.
In dit vraagstuk schatten we de massa-dichtheid aan interstellair stof. We beschouwen de extinctie als een afdekking door elk stofdeeltje van de achtergrond. Elk stofdeeltje wordt opgevat als een bolvormig deeltje met een straal van 0.1 μ (micron) en de dichtheid ervan is 2 g cm^{-3}. De absorptie meten we als 1 magnirude per kpc.
Reken eerst uit welk deel van een doorsnede van τ cm^2 over een afstand van 1 kpc wordt bedekt door stofdeeltjes (hioer moet u wel een vereenvoudigende aanname maken; welke aaname is dat?) en bepaal uit de gegeven absorptie de dichtheid aan stof en zet dit om in een massa-dichtheid in g cm^{-3}.
De ster-dichtheid is ongeveer 0.1 ster als de zon per pc^3. Zet dir ook om in g cm^{-3} en vergelijk met de massa-dichtheid aan interstellair staf.

Oplossingen.
Elk deeltje neemt een doorsnede van πr^2 cm^2 weg, als r de straal van het deeltje is. Langs een kolom van σ cm^2 doorsnede en een lengte D is dit πr^2 cm^2 maal het aantal deeltjes in dit volume. We nemen aan, dat gezien door de kolom de deeltjes niet overlappen; dit was de vereenvoudigende aanname. Neem de dichtheid aan deeltjes n per cm^3, dan is de totale doorsnede $\pi r^2 \times n \times \sigma D$ en dat is dus een fractie $(\pi r^2 n D)$ van de totale doorsnede σ.
Als $D = 1$ kpc dan is er i magnitude absorptie. Aangezien 1 magnitude een factor 2.512 is ($10^{0.4}$ of ook $\sqrt[5]{100}$) is er een fractie $1/2.512 = 0.398$ van het licht over. De genoemde fractie $\pi r^2 n D$ van hierboven is dan 0.602.
Met $r = 10^{-5}$ cm, $D = 1$ kpc vinden we dan $n = 6.37 \times 10^{-13}$ cm^{-3}.
De massa van elk deeltje is $(4/3)\pi r^3 \times 2 = 8.38 \times 10^{-15}$ g. Dus de dichtheid in stof wordt dan 5.0×10^{-27} g cm^{-3}.
Voor de sterren hebben we $0.1 M_\odot$ pc^{-3} en dit is 7.30×10^{-24} g cm^{-3}. Dit is veel meer dan de massa-dichtheid in stof.

WERKSTUKKEN

Er is bij diverse gelegenheden gevraagd om oefeningen en werkstukken, die kunnen helpen voor een sneller en/of beter begrip bij de bestudering van de collegestof. Vroeger was er inderdaad een werkcollege bij *Inleiding Sterrenkunde*, maar dat is een paar jaar geleden vervangen door het eerstejaars computer praktikum. Een werkcollege kan niet binnen de 2 studiepunten, die voor het college staan.

1. Ik heb, zoals boven vermeld, een stel oude tentamen opgaven bijgevoegd. Daarin komen oefeningen voor en die geven verder een idee van hoe ik tentamineer.

2. Wie nog meer opgaven wil maken, kan ik de volgende uit het boek (M. Zeilik & S.A. Gregory; vierde editie) aanraden:

- *College 1/2*: 1-8, 1-11 (p. 19).
- *College 3*: 11-3, 11-4, 11-5, 11-6, 11-8, 11-11 (p. 233), 13-14, 13-15, 13-16 (p. 269), 12-4, 12-12 (p. 249-250).
- *College 5*: 16-1, 16-8, 16-9 (p. 330).
- *College 6*: 17-1, 17-4, 17-5 (p. 349).
- *College 7*: 15-1, 15-3, (p. 307-308).
- *College 8*: 19-6, 19-16 (p. 391).
- *College 9*: 21-10 (p. 432).
- *College 10*: 25-3 (p. 501).

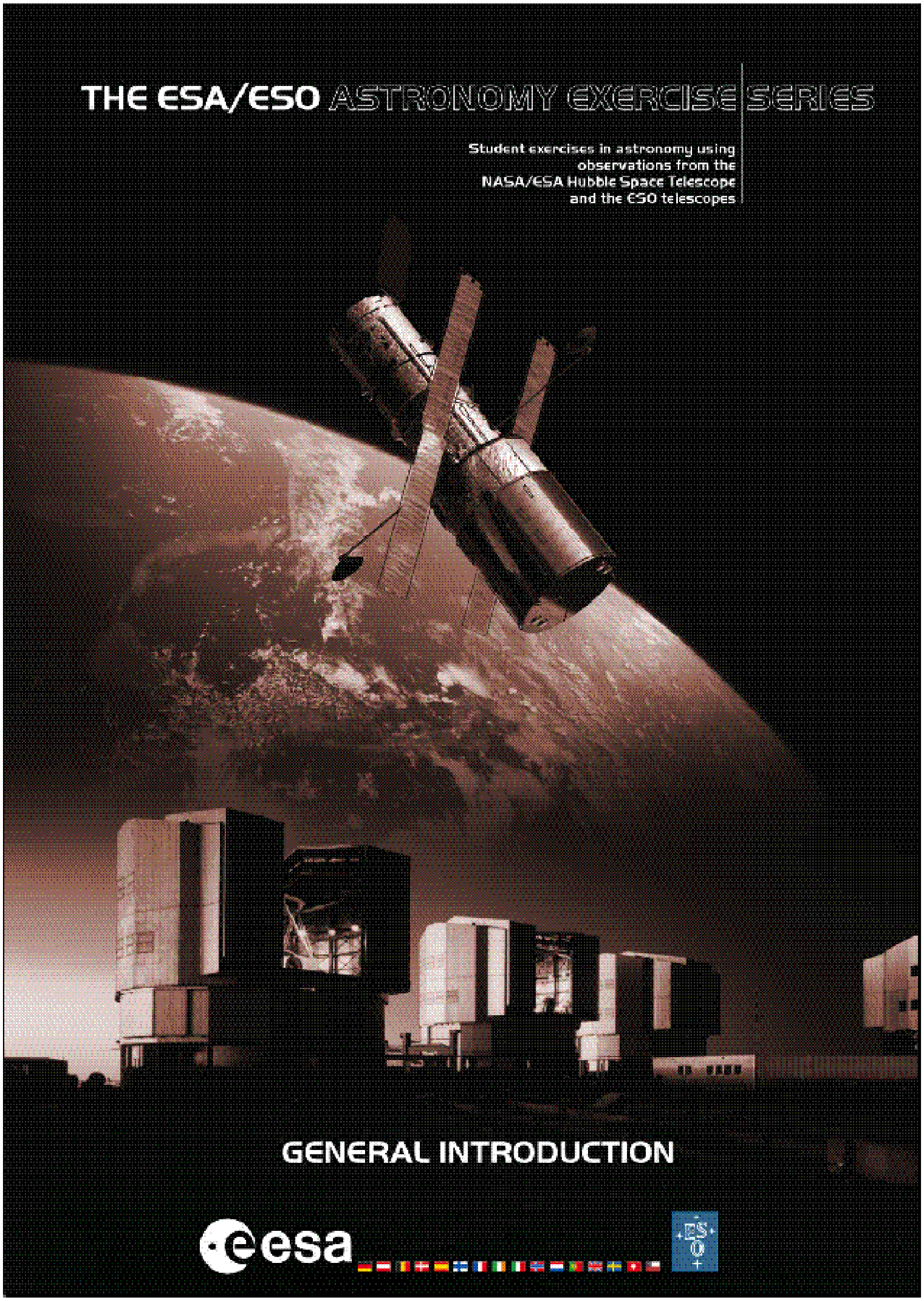
3. De *European Space Agency (ESA)* en de *European Southern Observatory (ESO)* zijn onlangs een serie van werkstukken in de sterrenkunde begonnen: **The ESA/ESO Astronomy Exercise Series**.

Op dit moment bestaat er een serie van vier werkstukken over het onderwerp **Measuring distances in the Universe**. Deze zijn ook zeer geschikt. De opgaven zijn beschikbaar als pdf-bestanden op de Website van deze serie **http://www.astroex.org**.

Voor alle vraagstukken, werkstukken en voor vragen of verduidelijking van de collegestof ben ik in principe beschikbaar op mijn kamer op het Kapteyn Instituut of per email (vdkruit@astro.rug.nl).

Voor alle zekerheid: Het maken van de werkstukken is *niet* verplicht!

P.C. van der Kruit


THE ESA/ESO ASTRONOMY EXERCISE SERIES
Student exercises in astronomy using
observations from the
NASA/ESA Hubble Space Telescope
and the ESO telescopes
GENERAL INTRODUCTION
esa
ESO


www.astroex.org
esa