

STERREN EN MELKWEGSTELSELS

4. Eindstadia van sterren

Piet van der Kruit
Kapteyn Astronomical Institute
University of Groningen
the Netherlands

Voorjaar 2007

Outline

Evolutie na de rode reuzen-fase

Helium-verbranding

Supernovae

Compacte objecten

Degeneratiedruk

Witte dwergen

Neutronensterren

Zwarte gaten

Nucleosynthese

Samenvatting sterevolutie

Evolutie na de rode reuzen-fase

Helium-verbanding

Als de ster aan het eind van de *Reuzen-tak* is gekomen, vindt er alleen *Waterstof-schilverbranding* plaats.

Het centrale deel trekt echter samen onder de eigen zwaartekracht, waardoor de temperatuur weer gaat stijgen.

Als de temperatuur hoog genoeg is geworden ($\sim 10^8$ K) zal er *Helium-verbranding* kunnen beginnen.

Twee helium-kernen kunnen samen een beryllium-8 kern vormen. Maar dit is geen stabiel isotoop.

Echter in zo'n ster-kern bestaat er een toestand, waarvan de vervaltijd relatief lang is (ongeveer 3×10^{-16} sec).

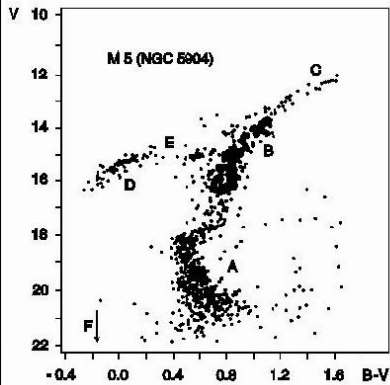
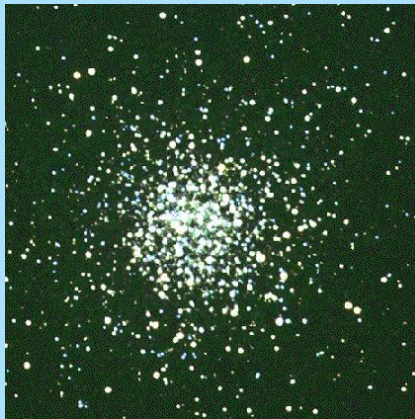
Daardoor wordt een nieuwe helium-kern ingevangen en kan **koolstof-12** worden gevormd.

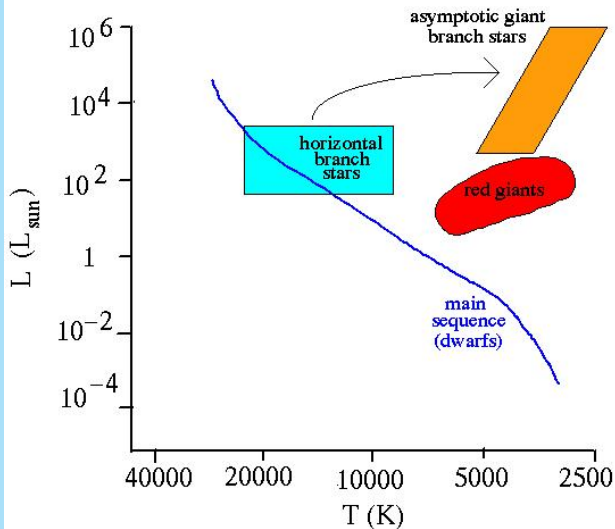
In de praktijk zal een deel van de koolstof "doorverbranden" tot **zuurstof**.



De sterren komen dan op de **Horizontale Tak** en klimmen tijdens de **Helium-verbranding** terug omhoog langs de **Asymptotische Tak**. Dit heel goed te zien in de **H-R diagrammen van bolhopen**.

A: Hoofdreeks (MS); **B:** Subreuzen (SGB); **C:** Reuzentak (GB);
D: Horizontale tak (HB); **E:** Asymtotische Reuzentak (AGB);
F: Witte dwergen (WD).





In bolhopen gaat de **horizontale tak** ver naar het blauw.

Dat komt, omdat deze sterren heel weinig **zware elementen** hebben.

Hiermee wordt bedoeld alle elementen **zwaarder dan helium**; het wordt vaak ook aangeduid als "**metalen**".

Sterren in de buurt van de zon hebben veel meer zware elementen (in de zon ongeveer **2% van het totaal** en dan wel voornamelijk in **koolstof, stikstof** en **zuurstof**).

Voor zulke sterren ligt de hele horizontale tak bijna precies op de Reuzentak. Men noemt het de **Clump**.

Na de Helium-verbranding kan hetzelfde proces weer optreden.

De kern valt samen en de temperatuur stijgt.

Eromheen vindt *schilverbranding van helium* en daarbuiten van waterstof plaats.

Deze fase duurt zeer kort.

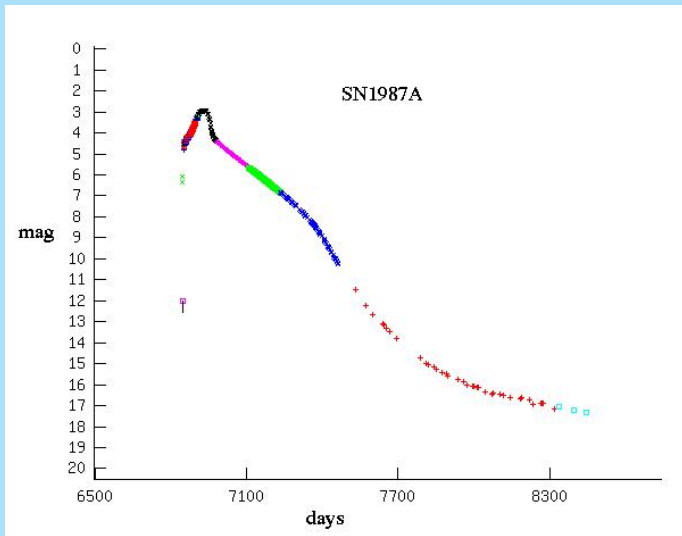
Als de ster zwaar genoeg is kan *Koolstof-verbranding* plaatsvinden.

Dit is echter zo intensief, dat de ster zich opblaast als een *Supernova*.

Supernovae

De meest spectaculaire supernova is *SN 1987A* in de *Grote Magelhaense Wolk* (een begeleider van ons eigen Melkwegstelsel), die in februari 1987 met het blote oog te zien was.

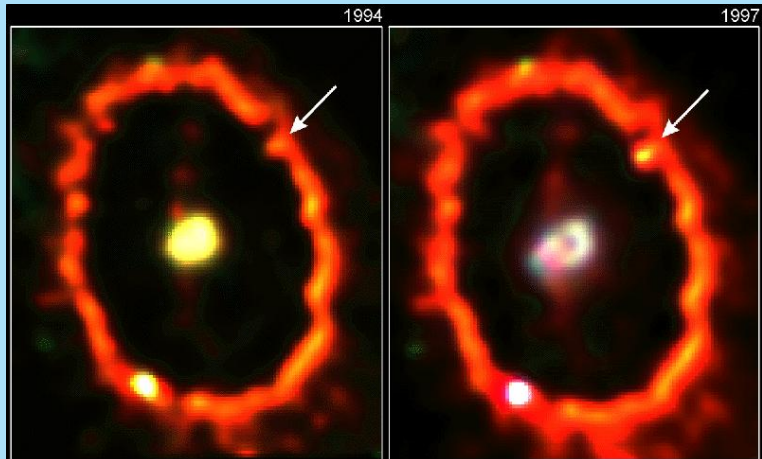




Een supernova kan in het maximum een **absolute magnitude** van **-20** bereiken.

De buitendelen worden met snelheden van enkele **duizenden km/sec** uitgestoten.

Hier SN1987A zo'n **7 en 10 jaar na de explosie** opgenomen met de *Hubble Space Telescope*.



Bright Knot in Supernova 1987A Ring

PRC98-08b • February 10, 1998 • ST ScI OPO

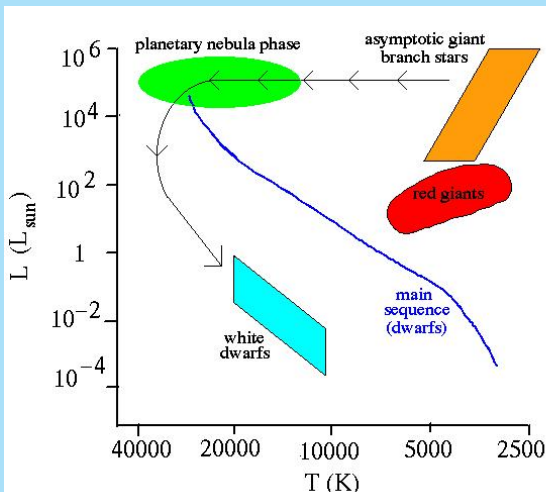
P. Gamavich (Harvard-Smithsonian Center for Astrophysics) and NASA

HST • WFPC2

Uiteindelijk blijft een expanderende gasbol over, zoals de *Krab-nevel*, die het overblijfsel is van een supernova explosie die in 1054 is plaatsvond. De afstand is ongeveer 2 kpc.



Sterren, die niet zwaar genoeg zijn, worden nooit een supernova.
Ze stoten hun buitenste lagen uit en worden een *Planetaire Nevel*.



Een mooi voorbeeld daarvan is de *Helix-nevel*.

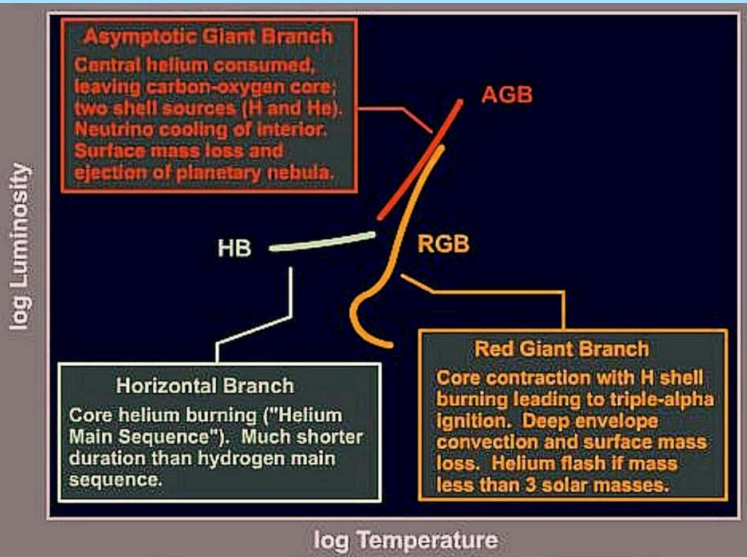


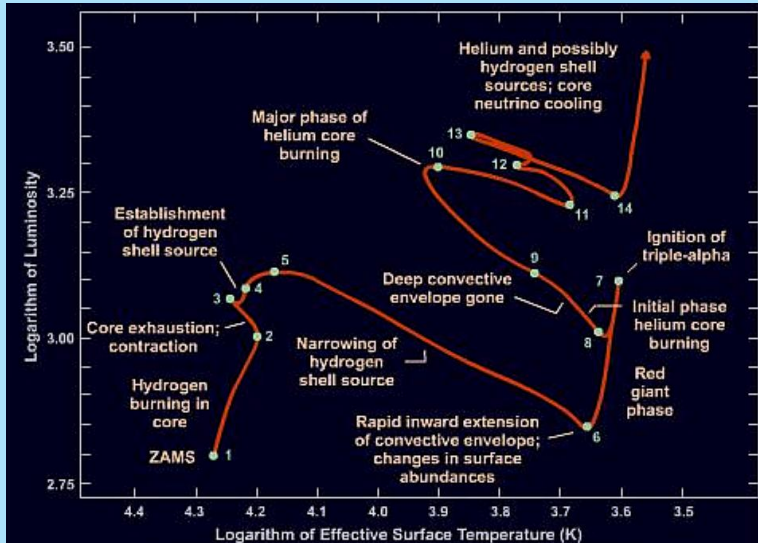
Sterren als de zon (en tot een massa van $4 \text{ á } 5 M_{\odot}$ zijn niet massief genoeg om temperaturen voor koolstof-verbranding te bereiken.

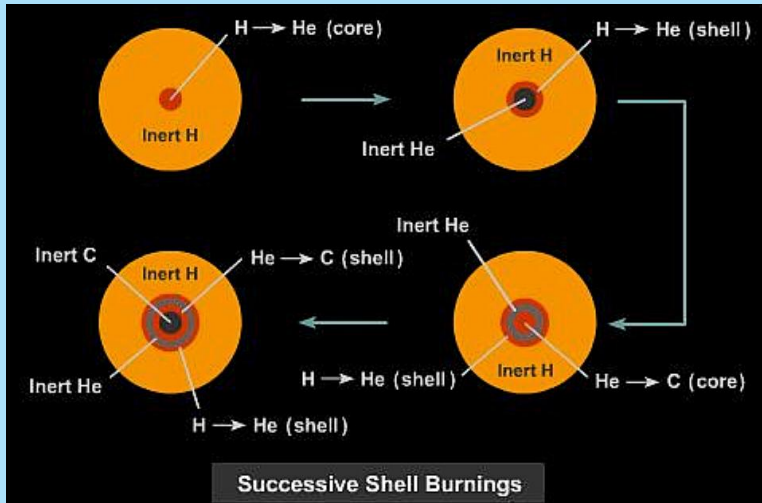
Na de helium-verbranding worden ze planetaire nevel en blijft een *Witte Dwerg* over, die langzaam uitdooft.

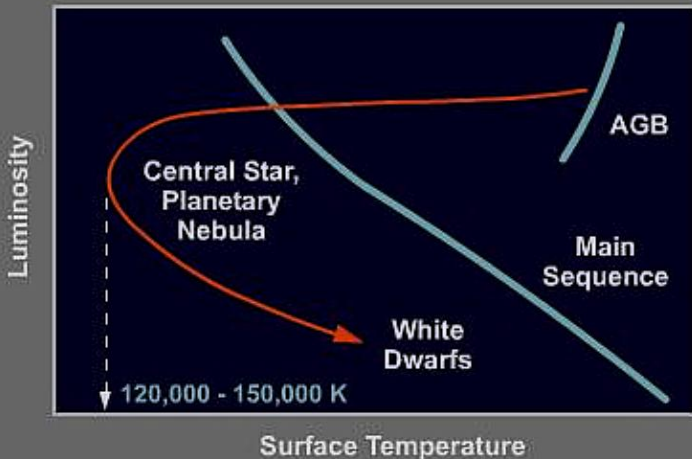
Van zwaardere sterren blijft na een supernova explosie een *Neutronenster* of een *Zwart Gat* over, afhankelijk van de massa.

Voordat we naar **compacte objecten** gaan eerste een overzicht van **sterevolutie na de hoofdreeks**.

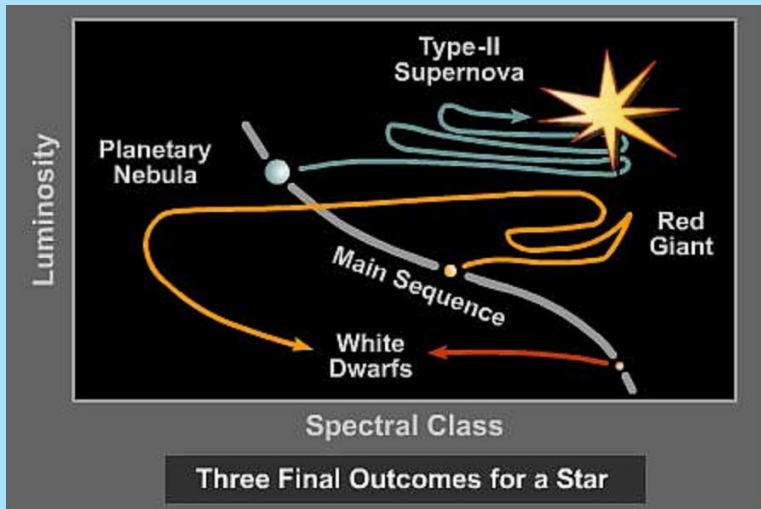








Evolution after the Asymptotic Giant Branch



Compacte objecten

Degeneratiedruk

Als er geen energieproductie meer is, wordt de samentrekking niet meer tegengehouden.

Dit gaat door totdat de materie *gedegeneerd* raakt. Dan is er *degeneratiedruk*.

Volgens *Heisenberg* geldt de *onzekerheids-relatie*

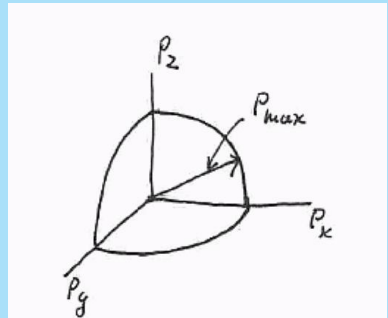
$$\Delta \vec{p} \Delta V \approx h^3$$

Hier staan \vec{p} voor de impuls en V voor een volume en is h de Planck-constante.

Dus $\Delta \vec{p}$ is een volume in de impuls-ruimte en ΔV in de echte ruimte.

Stel, dat er een bol met straal P_{\max} beschikbaar is.

Dat volume is $(4/3)\pi p_{\max}^3$.



Het aantal mogelijke ruimtetjes, waarin deeltjes ononderscheidbaar zijn is dan

$$\frac{4}{3}\pi \frac{p_{\max}^3}{\Delta \vec{p}} = \frac{3\pi p_{\max}^3}{4h^3} \Delta V$$

Maar volgens het *Uitsluitings-principe van Pauli* kunnen twee deeltjes nooit in dezelfde toestand zijn.

We zullen het hebben over electronen of neutronen en die hebben een *spin*, die omhoog of omlaag kan staan.

Dus in elk ruimtetje ΔV mogen maar twee deeltjes aanwezig zijn.

Als dus n het aantal deeltjes per volume-eenheid is, dan

$$n = \frac{2 \times \text{aantal mogelijkheden}}{\Delta V} = \frac{8\pi}{3h^3} p_{\max}^3$$

Dus

$$p_{\max} = h \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{1/3}$$

Niet-relativistisch.

Van elk deeltje met massa m is de energie

$$E = \frac{p^2}{2m}$$

Dus de gemiddelde energie van de deeltjes is

$$\begin{aligned}\langle E \rangle_{\text{nr}} &= \left\langle \frac{p^2}{2m} \right\rangle \\ &= \int_0^{p_{\text{max}}} \frac{p^2}{2m} 4\pi p^2 dp \left[\int_0^{p_{\text{max}}} 4\pi p^2 dp \right]^{-1} \\ &= \frac{3}{5} \frac{p_{\text{max}}^2}{2m}\end{aligned}$$

Relativistisch

Van elk deeltje met massa m is de energie

$$E^2 = p^2 c^2 + m_0^2 c^4$$

In het zeer relativistische geval geldt $pc \gg m_0 c^2$, dus $E = pc$

Dus de gemiddelde energie van de deeltjes is

$$\begin{aligned}\langle E \rangle_{\text{rel}} &= \langle pc \rangle \\ &= \int_0^{p_{\text{max}}} pc 4\pi p^2 dp \left[\int_0^{p_{\text{max}}} 4\pi p^2 dp \right]^{-1} \\ &= \frac{3c}{4} p_{\text{max}}\end{aligned}$$

In een gas is de druk $P = (2/3)n\langle E \rangle$, dus

$$P_{\text{nr}} = \frac{8\pi}{15} \frac{h^2}{m} \left(\frac{3n}{8\pi} \right)^{5/3} = \frac{A}{m} n^{5/3} \propto \rho^{5/3}$$

$$P_{\text{rel}} = \frac{hc}{2} \left(\frac{3}{8\pi} \right)^{1/3} n^{4/3} = A_{\text{rel}} n^{4/3} \propto \rho^{4/3}$$

In deze beide gevallen ontbreekt in de vergelijkingen de temperatuur!

Dit wil zeggen, dat er bij degeneratiedruk geen verband meer is tussen de temperatuur T en de druk P .

Witte dwergen

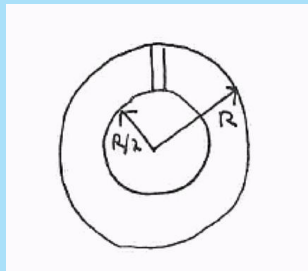
In een witte dwerg zijn de **electronen** gedegenerereerd.

Dus voor m hebben we de massa van het electron m_e en $n = \rho/m_p$, waar m_p de massa van het proton is.

In het niet-relativistische geval krijgen we dus

$$P = A_e \rho^{5/3} \quad \text{met} \quad A_e = \frac{A}{m_e} m_p^{-5/3}$$

Kijk nu op simplistische manier naar de structuur van de ster.



De druk halverwege de straal R is het gewicht van de bovenstaande kolom

$$P\left(\frac{1}{2}R\right) = \rho \times \frac{1}{2}R \times \frac{GM\left(\frac{1}{2}R\right)}{\left(\frac{1}{2}R\right)^2}$$

Hier is $M\left(\frac{1}{2}R\right)$ de massa binnen $\frac{1}{2}R$ en dat is $M/8$ als M de totale massa is en de dichtheid constant. Dan

$$P\left(\frac{1}{2}R\right) = \frac{GM\rho}{4R}$$

Dus neem de gemiddelde druk als

$$\bar{P} \sim G\bar{\rho}\frac{M}{R}$$

Met $M = (4/3)\pi\bar{\rho}R^3$ krijgen we dan

$$P = GM^{2/3} \sqrt{\frac{4\pi}{3} \bar{\rho}^{-4/3}}$$

Dan

$$\bar{\rho} = \frac{4\pi}{3} \frac{G}{A_e} M^2$$

$$R = \left(\frac{3}{4\pi}\right)^{2/3} \frac{A_e}{G} M^{-1/3}$$

Voor een witte dwerg met een massa van $0.5 M_\odot$ geeft dit $\bar{\rho} \approx 5 \times 10^6 \text{ g cm}^{-3}$ en $R \approx 5 \times 10^3 \text{ km}$.

Als de massa groter wordt, wordt ρ ook groter en dus ook ρ_{\max} .

Dus we komen steeds dichterbij het relativistische geval.
Uiteindelijk $\rho_{\max} c \gg m_p c^2$ en

$$P_{\text{rel}} = A_{\text{rel}} n^{4/3} = A_{\text{rel}} m_p^{-4/3} \rho^{4/3}$$

Dus

$$A_{\text{rel}} m_p^{-4/3} \rho^{4/3} = GM^{2/3} \sqrt{\frac{4\pi}{3}} \rho^{4/3}$$

Hieruit is ρ op te lossen en dus M te bepalen.

Dit is een **maximum** massa, want de electronen hebben alle snelheden tussen 0 en de lichtsnelheid beschikbaar en meer bestaat niet.

Deze **maximum massa voor een witte dwerg** is dan

$$M_{\text{crit}} = \left(\frac{A_{\text{rel}}}{G} \right)^{3/2} \sqrt{\frac{3}{4\pi}} m_{\text{p}}^{-2} = 1.75 M_{\odot}$$

Een **precieze** berekening geeft $M_{\text{crit}} = 1.44 M_{\odot}$.

Neutronensterren

Als de massa van de ster oorspronkelijk boven ongeveer $5 M_{\odot}$ was, blijft na de supernova ontploffing een samentrekkend object over met een massa **te groot** om een witte dwerg te worden.

Dus ook degeneratiedruk van de electronen kan de samentrekking niet stoppen.

De protonen en electronen worden dan **neutronen** (als het ware in elkaar gedrukt) en deze **degenereren**.

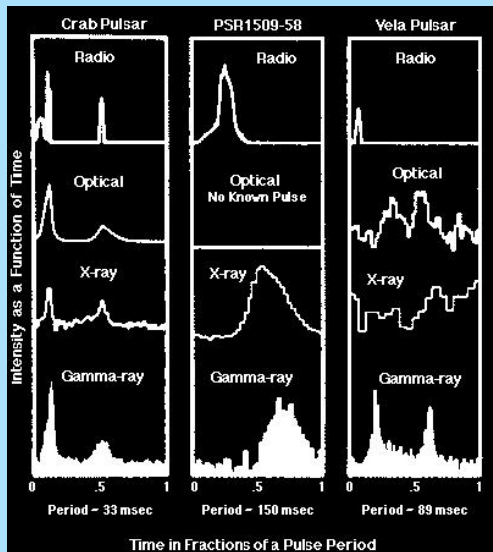
We kunnen dezelfde formules gebruiken, maar dan met de eigenschappen van neutronen.

Neutronensterren hebben voor een massa van $1.5 M_{\odot}$ een straal $R \approx 5 \text{ km}$ en een dichtheid $\rho \approx 10^{15} \text{ g cm}^{-3}$.

Door de samentrekking zijn deze sterren heel snel gaan draaien.

Als nu ze langs hun magnetische as (radio)straling uitzenden zien we dit als een *Pulsar*.

De periode van zulke objecten is van **seconden tot duizendste** van seconden.



We kunnen de **dichtheid** van een pulsar ook schatten uit de middelpuntvliedende kracht. Neem aan dat er evenwicht is.

Aan de equator van de pulsar geldt

$$\frac{V^2}{R} = \frac{GM}{R^2} \quad \text{of} \quad V = \sqrt{\frac{GM}{R}}$$

De periode is $P = 2\pi R/V$ en met $M = \frac{4\pi}{3} R^3 \rho$ krijgen we dan

$$P = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{GM}} = \frac{2\pi R^{3/2}}{\sqrt{\frac{4\pi}{3} GR^3 \rho}} = \sqrt{\frac{3\pi}{g\rho}} = 3.8 \times 10^5 \rho^{-1/2}$$

met P in **sec** en ρ in **kg m⁻³**.

Voor een periode P van **2 ms** volgt een dichtheid ρ van **4×10^{13} kg cm⁻³**.

De **periode** van pulsars neemt af. Dit komt, omdat de pulsar energie uitstraalt en energie in de pulsar is vooral in de vorm van **rotatie**.

Voor een draaiende bol met massa M , straal R en hoeksnelheid ω is de **rotatie energie**

$$E_{\text{rot}} = \frac{1}{5} MR^2 \omega^2$$

De periode is $P = 2\pi/\omega$ en de afname is dan

$$\frac{dE_{\text{rot}}}{dt} = \frac{4}{5} \pi^2 MR^2 \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{P^2} \right) = -\frac{8}{5} \pi^2 \frac{MR^2}{P^3} \frac{dP}{dt}$$

Stel, dat de uitgestraalde energie per seconde van de pulsar
 $L = -dE_{\text{rot}}/dt$. Dan

$$\dot{P} = \frac{dP}{dt} = \frac{5}{8\pi^2} \frac{LP^3}{MR^2}$$

Voor bijvoorbeeld de **Krab-pulsar** geldt $P = 0.03$ sec en $L \approx 10^{31}$ Watt. Met onze eerdere waarden van $M \approx 1.5 M_{\odot}$ en $R \approx 5$ km volgt dan $\dot{P} \approx 2 \times 10^{-13}$ sec/sec (ongeveer wat is waargenomen).

Ook de **levensduur** van de pulsar kunnen we schatten als

$$t = \frac{P}{\dot{P}}$$

Voor de **Krab-pulsar** vinden we dan $\approx 10^{11}$ sec of $\approx 4 \times 10^3$ jaar.

Zwarte gaten

Ook voor de neutronensterren is een maximale massa, alhoewel niet helemaal goed bekend. Men vermoedt ergens in de buurt van $5 M_{\odot}$.

Niets kan de samentrekking dan verder tegenhouden en we krijgen een *Zwart Gat*.

Voor een lichaam met massa M en straal R is de ontsnappings-snelheid aan het oppervlak $\sqrt{2GM/R}$. Als die gelijk wordt aan de lichtsnelheid krijgen we de *Schwarzschild-straal*

$$R_{\text{Sch}} = \frac{2GM}{c^2}$$

Voor een massa van $1 M_{\odot}$ is dit 2.7 km .

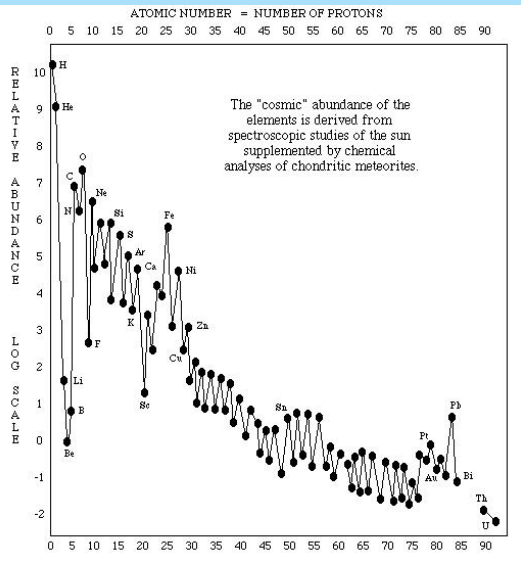
Nucleosynthese

Er is een zgn. *Kosmische Abondantie* tabel, die aangeeft hoe de elementen en isotopen relatief t.o.v. elkaar in de natuur voorkomen.

Voor alle sterren gaat deze tabel op details na op, behalve de verhouding van de zware elementen als geheel t.o.v. waterstof en helium.

Dit geeft aan, dat er de vorming van de **chemische elementen** op een uniforme manier in het heelal heeft plaatsgevonden.

Men noemt dit **nucleosynthese**.



Bij de supernova explosie en de vorming van planetaire nevels wordt materie in de ruimte geworpen, dat meer zware elementen heeft door de kernreacties.

Voordat de eerste sterren vormden bestond het heelal praktisch alleen uit **waterstof en helium** in een verhouding **75/25** (en een minieme fractie **lithium**).

Dit is goed te verklaren (zie later) in de theorie van de **Big Bang Nucleosynthese**.

Alle andere elementen zijn gevormd in sterren. Dit heet **Stellaire Nucleosynthese**.

- ▶ De **alfa-elementen** (als ^{12}C , ^{16}O , ^{20}Ne en ^{24}Mg) komen voort uit kern- en schilverbranding in de reuzenfase. Het **CNO-cyclus** zorgt voor relatief veel ^{14}N .
- ▶ De elementen in de **ijzer-piek** ontstaan in de late fasen vlak voor de supernova explosie (**e-proces** voor "equilibrium"). Het zijn de meest **stabiele kernen** in de natuur.
- ▶ In de reuzenfase treedt al het **s-proces** (s voor "slow") op van langzame neutroneninvang van elementen in de ijzer-piek. Daarbij worden de meeste zware elementen gevormd (via radioactief verval, als er teveel neutronen zijn).
- ▶ Tijdens de supernova explosie treedt het **r-proces** (r voor "rapid") op, waarbij neutronen snel worden ingevangen. Dit geeft ook de zware elementen, maar nu vooral die stabiele isotopen met relatief veel neutronen.

Men berekent dan het **relatieve voorkomen van isotopen** met kennis van de betreffende kern-reakties bij de mogelijke dichtheden en temperaturen.

Deze berekeningen kloppen goed met de *Kosmische Abondantie* tabel.

Samenvatting sterevolutie

Massa	Stadium	H-R diagram
$\lesssim 0.007 M_{\odot}$	Geen resultaat van fragmentatie	-
$\sim 0.007 M_{\odot}$ $\sim 0.07 M_{\odot}$	Bruine dwerg	-
~ 0.07 $\sim 0.5 M_{\odot}$	H-verbranding Witte dwerg	Hoofdreeks links-onder
$\sim 0.5 M_{\odot}$	H-verbranding H-schil verbranding He-verbranding He-(schil)verbranding Planetaire nevel Witte dwerg of Neutronenster	Hoofdreeks Reuzentak Horizontale tak Asymp. Reuzentak links-boven links-onder -
$4 \text{ à } 5 M_{\odot}$ $\gtrsim 4 M_{\odot}$	H-verbranding H-schil-verbranding He-verbranding C-verbranding Supernova Neutronenster of Zwart gat	Hoofdreeks Reuzentak Asymp. Reuzentak kort - - -