

STERREN EN MELKWEGSTELSELS

3. Sterevolutie en afstandbepaling

Piet van der Kruit
Kapteyn Astronomical Institute
University of Groningen
the Netherlands

Voorjaar 2007

Outline

Vergelijkingen van sterstructuur

Hydrostatisch evenwicht

Stralingstransport

Toestandvergelijking

Dimensionele analyse van sterstructuur

Energie-productie in sterren

Evolutie van de hoofdreeks af

Afstandsbepaling

Stroomparallax (“Moving cluster method”)

Seculaire parallax

Cepheïden

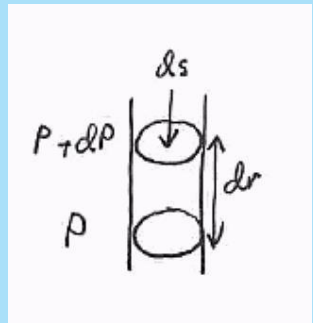
Vergelijkingen van sterstructuur

Hydrostatisch evenwicht

De inwendige structuur van sterren kan met drie fundamentele vergelijkingen worden beschreven.

Bekijk een kolom in de ster op afstand r van het centrum.

De massa binnen r is $M(r)$.



De kracht omlaag t.g.v. de zwaartekracht omlaag is dan

$$F_- = \rho \frac{GM(r)}{r^2} ds dr$$

De kracht omhoog is het verschil in druk maal oppervlak over dr :

$$F_+ = P ds - (P + dP) ds = -\frac{dP}{dr} dr ds$$

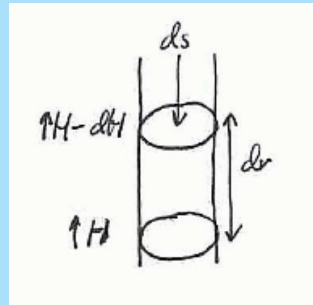
Er is dus (hydrostatisch) evenwicht voor

$$-\frac{1}{\rho} \frac{dP}{dr} = \frac{GM(r)}{r^2} \quad (1)$$

Stralingstransport

Kijk nu naar de straling.

Noem de stralingflux H en kijk weer in een kolom op afstand r van het centrum.



De geabsorbeerde energie per seconde is

$$E_- = \kappa H \rho ds dr$$

Hier is κ de absorptie-coëfficiënt per massa-eenheid.

Aangezien elk foton een impuls $h\nu/c$ (energie gedeeld door lichtsnelheid) heeft is dus de geabsorbeerde impuls

$$P_- = \frac{\kappa}{c} H \rho ds dr$$

Dit moet gelijk zijn aan het verschil in stralingsdruk P_{rad} over het elementje

$$-dP_{\text{rad}} ds = -dr \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} ds = \frac{\kappa}{c} H \rho dr ds$$

De stralingsdruk is $P_{\text{rad}} = \frac{1}{3} a T^4$ met $a = 4\sigma/c$. Dus dan

$$H = -\frac{c}{\kappa \rho} \frac{dP_{\text{rad}}}{dr} = -\frac{4}{3} \frac{ac}{\kappa \rho} T^3 \frac{dT}{dr}$$

De energie, die door een bol met straal r stroomt is dan

$$L_r = 4\pi r^2 H = -4\pi r^2 \frac{4ac}{3} \frac{T^3}{\kappa\rho} \frac{dT}{dr} \quad (2)$$

Dit is de vergelijking van **stralingstransport**.

Merk op, dat κ afhangt van de **preciese samenstelling, ionisatie en temperatuur** van de materie.

Toestandsvergelijking

Tenslotte hebben we een toestandsvergelijking nodig en daarvoor nemen we de **ideale gaswet**

$$P = nkT = \frac{k}{\mu} \rho T \quad (3)$$

met n het aantal deeltjes per volume-eenheid en μ de gemiddelde massa van de deeltjes.

Vergelijkingen (1), (2) en (3) zijn samen de drie **fundamentele vergelijkingen van sterstructuur**.

Alle **fysische** informatie over de materie zit in κ ; verder hebben we nog de **energie-productie** nodig en moeten we bij het energie transport rekening houden met **convectie**.

Dimensionele analyse van sterstructuur

Werk nu met gemiddelde waarden om de oplossingen te illustreren.

B.v., als $T(0)$ de temperatuur in het centrum is en $T(R)$ die aan het oppervlak (en $T(R) \ll T(0)$), dan

$$\bar{T} \approx \frac{T(0) + T(R)}{2}$$

$$\frac{d\bar{T}}{dr} \approx \frac{T(R) - T(0)}{R} = \frac{-2\bar{T} + 2T(R)}{R} \approx -\frac{2\bar{T}}{R}$$

Eenzelfde vergelijking volgt dan voor P . Verder

$$\bar{\rho} = \frac{3}{4\pi} \frac{M}{R^3}$$

Vergelijking (1) wordt dan

$$\frac{2\bar{P}}{\bar{\rho}R} \approx \frac{GM(\frac{1}{2}R)}{(\frac{1}{2}R)^2} = \frac{GM}{2R^2}$$

Daaruit volgt

$$\bar{P} \approx \frac{GM}{4R} \bar{\rho}$$

Op dezelfde manier vinden we met vergelijking (3)

$$\bar{P} \approx \frac{k}{\mu} \bar{\rho} \bar{T}$$

Dus dan

$$\bar{T} = \frac{\mu}{k} \frac{GM}{4R}$$

Voor de zon komt hier $6 \times 10^6 \text{K}$ uit.

Kijk nu alleen naar evenredigheden. Vergelijking (2) geeft

$$L \propto R^2 \frac{\bar{T}^3}{\bar{\rho}} \frac{\bar{T}}{R} \propto \frac{R \bar{T}^4}{\bar{\rho}} \propto R \left(\frac{M}{R} \right)^4 \frac{R^3}{M} \propto M^3$$

Dit is de *Massa-Lichtkracht Relatie*, die we al gezien hebben.

Neem aan, dat $T_{\text{opp}} \propto \bar{T}$. Dan

$$L \propto R^2 T_{\text{opp}}^4$$

en

$$T_{\text{opp}} \propto \bar{T} \propto \frac{M}{R} \propto \frac{L^{1/3}}{R}$$

Uit deze twee vergelijkingen volgt

$$L \propto T_{\text{opp}}^6$$

Dit is de *Hoofdreeks*.

De ster produceert energie door kernfusie. De beschikbare energie is ruwweg de centrale 10% van de massa.

Dus de totale energie, die een ster tijdens haar leven kan produceren is evenredig met M .

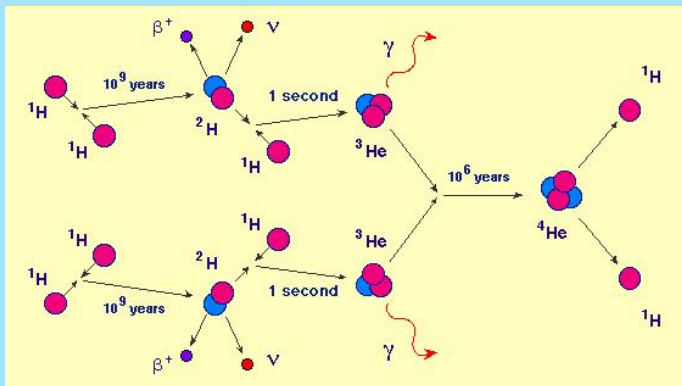
De *tijd, dat een ster op de hoofdreeks staat* τ volgt dan als

$$\tau \propto \frac{M}{L} \propto M^{-2}$$

Energie-productie in sterren

Sterren op de hoofdreeks produceren energie in de centrale delen door waterstof om te zetten in helium.

In sterren als de zon gebeurt dit door de *Proton-proton-reeks*.



Totaal is de reactie te schrijven als

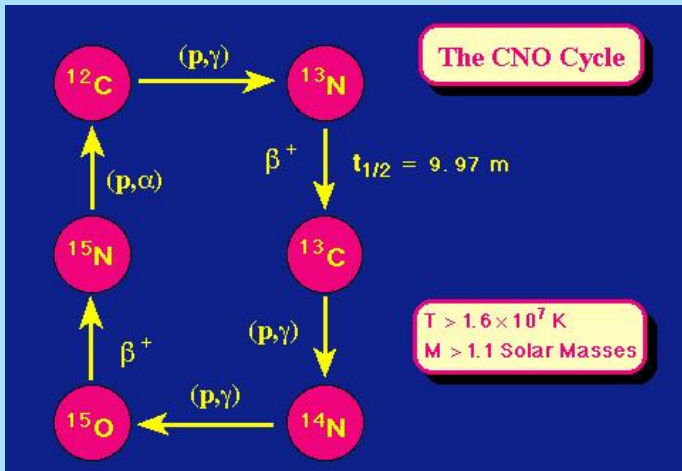


Hierin is β^+ een positron en γ een foton.

De energie wordt voornamelijk weggedragen door de neutrino's ν en de fotonen γ (samen **26.7 MeV per reactie**).

De proton–proton–reeks treedt op zolang de temperatuur lager is dan ongeveer $2 \times 10^7 \text{ K}$.

Als de temperatuur hierboven komt (dat is voor sterren een beetje heter en zwaarder dan de zon), dan treedt de **CNO–cyclus** op.



Hier betekent b.v. (p,γ) , dat een proton wordt ingevangen en een foton uitgezonden.

Verder staat β^+ voor β -verval (spontaan uitzenden van een positron, omdat de atoomkern instabiel is).

De aanwezige **koolstof** is een catalysator. Linksboven hebben we ^{12}C en na de cyclus komt het weer terug.

Immers in de laatste reactie (p,α) wordt een proton ingevangen en een α -deeltje (een He-kern) uitgezonden.

Een ster blijft op de hoofdreeks, zolang er in de centrale 10% of zo waterstof te verbranden is.

We hebben gezien, dat dit van de massa afhangt. Voor een O-ster van $15 M_{\odot}$ duurt het zo'n 10^7 jaar, voor de zon 9×10^9 jaar en voor een M-ster van $0.1 M_{\odot}$ wel 10^{12} jaar.

Tijdens de fase op de hoofdreeks wordt de ster langzaam helderder. Onze zon is zo ongeveer 30% helderder geworden over de leeftijd van 4.5×10^9 jaar.

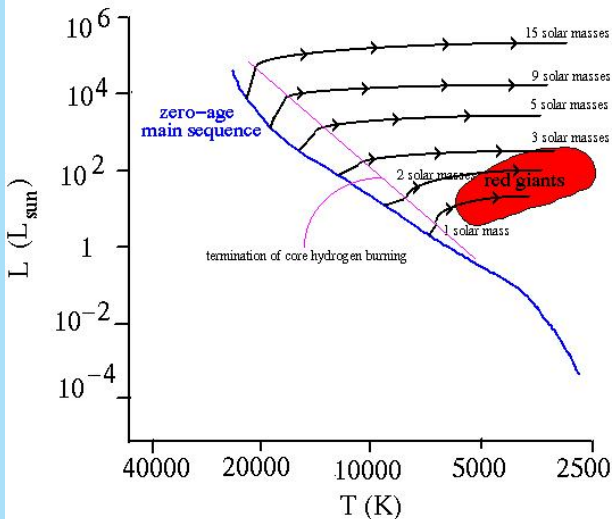
Evolutie van de hoofdreeks af

De hoofdreeks-fase van een ster eindigt, als in het centrale deel de waterstof is opgebruikt.

Dan gebeurt het volgende.

- ▶ Het centrale deel koelt af en trekt samen.
- ▶ De waterstof blijft verbranden in een schil rond het centrum (**waterstof-schilverbanding**).
- ▶ Daardoor wordt de ster **helderder**.
- ▶ De buitendelen zetten daardoor uit en koelen af.
- ▶ De ster wordt een **Rode Reus**.

- ▶ De ster beweegt naar rechtsboven in het H-R diagram.
- ▶ Ook dit gaat weer veel sneller bij een zware ster (van de orde van 10^4 jaar voor een (oorspronkelijk) O-ster tot zo'n 10^8 jaar voor een ster van $1 M_{\odot}$).
- ▶ Sterren lichter dan ongeveer $1 M_{\odot}$ duurt de hoofdreeks-fase langer dan de leeftijd van het heelal.



In een *sterrenhoop* of *cluster* zijn alle sterren ongeveer tegelijk ontstaan.

Daardoor heeft een jonge cluster sterren langs de gehele hoofdreks en een oudere cluster mist steeds meer van het hete, heldere deel daarvan.

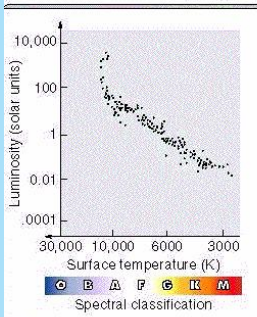
Op deze wijze kan de *leeftijd* van clusters bepaald worden.



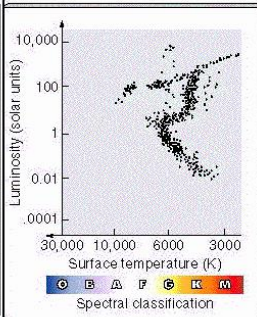
(a)



(a)



(b)

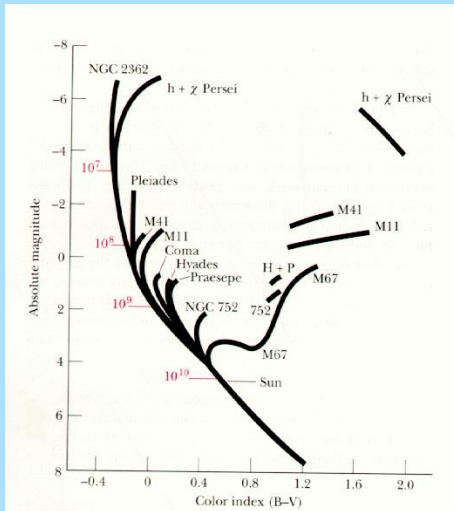


(b)

Links zien we de **Plejaden** (Zevengesternte) met een leeftijd van de orde 10^8 jaar en de zeer oude (ruim 10^{10} jaar) cluster **Omega Centauri**.

De Plejaden zijn een voorbeeld van een *open sterrenhoop* en Omega Centauri van een *bolhoop*.

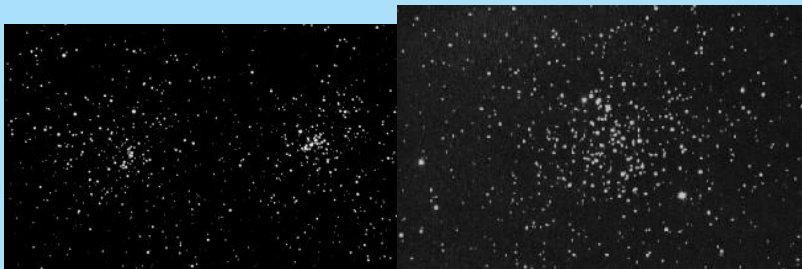
De Plejaden zijn vrij dichtbij (± 75 pc) en Omega Centauri is de helderste bolhoop. Beide zijn met het blote oog zichtbaar.



Deze figuur geeft een aantal clusters in een compositie.

Langs de hoofdreks staan de leeftijden voor clusters op de plaats waar de *turn-off* gevonden wordt.

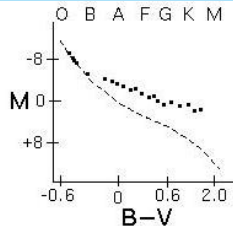
Hieronder zien we η and χ Persei en M67.



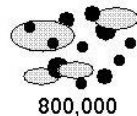
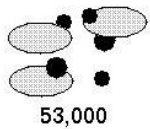
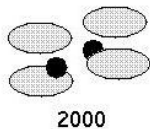
M67 wil zeggen nummer 67 in de catalogus van **Messier** van (ruim 100) nevelachtige objecten, opgesteld 1758 – 1782.

Hieronder een overzicht van wat we tot nu toe hebben gezien.

Times given in years.
 Color-magnitude
 (HR) diagrams for
 selected stages.

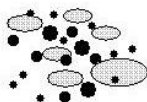
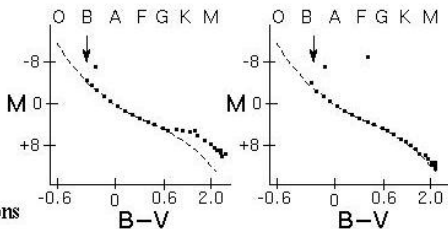


Massive stars form first.
 Very young cluster has
 just the massive stars on
 main sequence and
 lighter stars are still
 collapsing toward main
 sequence.

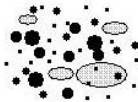


Massive stars evolve quickly.
 Any O-type stars have lived
 and died by 12 million year
 stage! Some B-type stars
 start to leave main sequence
 stage while K and M-type
 stars are still collapsing.

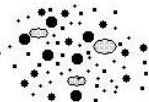
Star formation models
 confirmed by observations
 of real clusters.



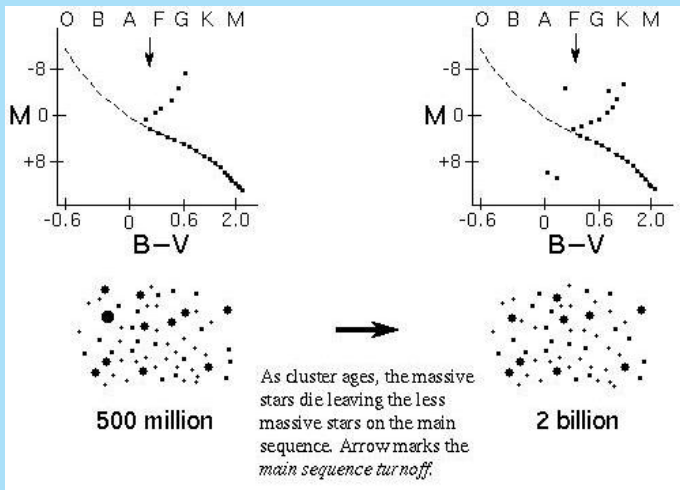
4.6 million



12 million



30 million



Afstandsbepaling

Voor nabije sterren gaat dit via de *Trigoniometrische Parallax*.

De ESA astrometrische satelliet *HIPPARCOS* (1989 – 1993) heeft van de 120,000 sterren tot magnitude 12 de positie, afstand en *Eigen Beweging* gemeten tot een nauwkeurigheid van ongeveer 0,001 boogseconde.

Verder bevat de *TYCHO* catalogus meer dan een miljoen sterren met lagere nauwkeurigheid.

In 2010 of later zal ESA naar verwachting de satelliet **GAIA** lanceren.

Deze zal *alle* sterren tot magnitude 20 waarnemen (meer dan een miljard) met nauwkeurigheden van $0''.003$ bij magnitude 12 tot $0''.2$ bij magnitude 20.

Dan zal van ongeveer 1% van de sterbevolking van ons Melkwegstelsel de afstand redelijk tot zeer nauwkeurig bekend zijn.

Stroomparallax (“Moving cluster method”)

Sterren in een (open) cluster bewegen in de ruimte t.o.v. de zon als geheel, dus met evenwijdige snelheden.

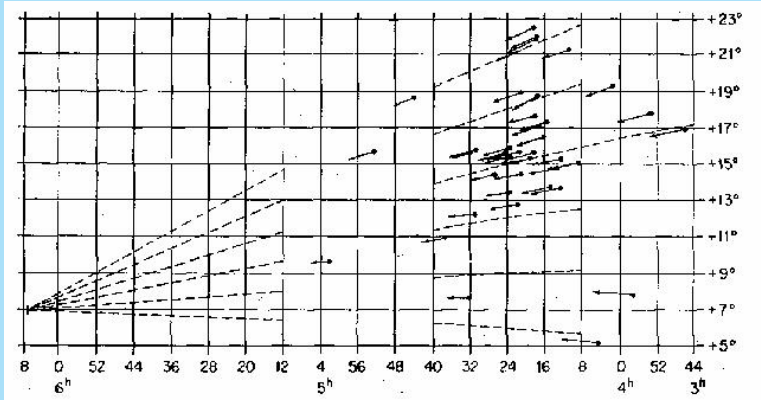
Dat geeft **eigen bewegingen**, die door het perspectief wijzen naar één punt; het **convergentiepunt**. Vergelijk dit met treinrails, die aan de horizon lijken samen te komen.

Hier de eigenbeweging van de nabije cluster **Hyaden**.

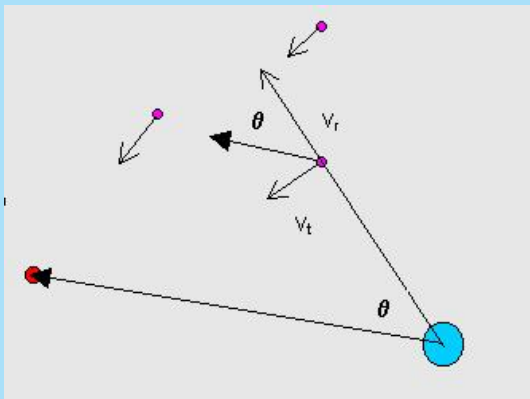
Outline

Vergelijkingen van sterstructuur
Dimensionele analyse van sterstructuur
Energie-productie in sterren
Evolutie van de hoofdreeks af
Afstandsbepaling

Stroomparallax ("Moving cluster method")
Seculaire parallax
Cepheiden



Dus voor elke ster weten we de hoek θ tussen de gezichtslijn en de ruimtelijke snelheid V .



Nu weten we de **eigen beweging** μ in boogseconden per jaar.

Als de **parallax** p is dan kunnen we uit de definitie van de parallax uitrekenen, dat de **tangentiële snelheid** V_T gelijk is aan

$$V_T = 4.74 \frac{\mu}{p} = V \sin \theta$$

met V_t in km/sec.

Natuurlijk is de radiële snelheid V_R te meten uit de **Doppler-verschuiving** van de spectraallijnen en

$$V_R = V \cos \theta$$

Dan is de afstand r in parsecs

$$r = \frac{1}{p} = \frac{V_R \tan \theta}{4.74 \mu}$$

De **Hyaden** zijn jarenlang hiervoor gebruikt; de afstand was bekend als ongeveer **45 pc**.

Met de satelliet **HIPPARCOS** is de afstand nu bepaald met trigonometrische parallaxen van een groot aantal individuele sterren. De afstand is dan **46.34 ± 0.27 pc** en de afmeting ongeveer **10 pc**.

Met deze cluster (en afstanden van nabije sterren) weten we nu dus de absolute magnitude van hoofdreekssterren.

Hiermee kunnen we afstanden van andere clusters bepalen.

Seculaire parallax

De zon beweegt t.o.v. het gemiddelde van de sterren in de omgeving.

Dit zien we op dezelfde wijze terug in een systematisch patroon van eigen bewegingen van heldere sterren (bovenop hun eigen willekeurige bewegingen), die naar het **zons-apex** wijzen.

De positie hiervan is (in **Rechte Klimming** α en **Declinatie** δ ; coördinaten aan de hemelbol)

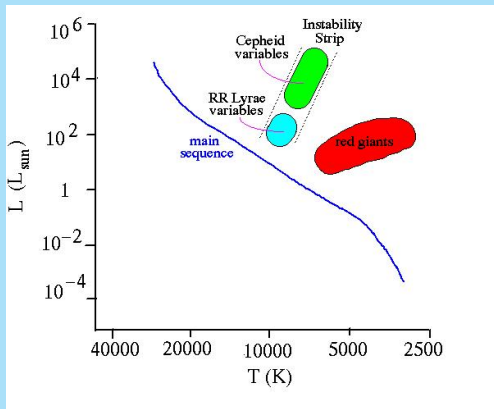
$$\alpha \sim 18^{\text{h}} 30^{\text{m}} ; \delta \sim +30^{\circ}$$

Uit radiële snelheden volgt ook de ruimtelijke snelheid van de zon als $\sim 20 \text{ km/s}$.

Omgekeerd kan hiermee **statistisch** voor elke ster een schatting van de afstand gemaakt worden.

Cepheïden

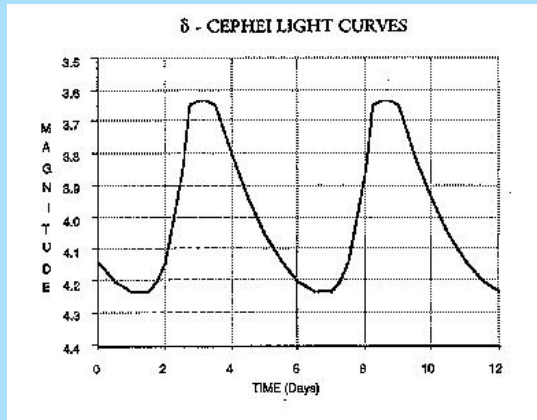
Als zware sterren van de hoofdreeks af bewegen, komen ze door een nauwe strook in het HR-diagram, dat **Instability strip** heet.



Deze sterren blijken instabiel te zijn en te **pulseren**.

Naar hun prototype δ
Cephei heten ze
Cepheïden, **W Virginis**
 sterren of **RR Lyrae**
 sterren.

Wat het verschil is
 zullen we later zien.

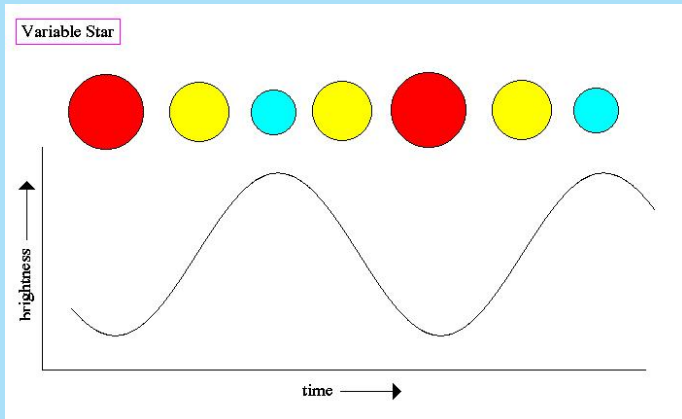


De pulsatie en variabiliteit komt, doordat in de buitenlagen van zulke sterren de He^+ nogmaals wordt geïoniseerd en daardoor die buitenlaag **ondoorzichtig** wordt.

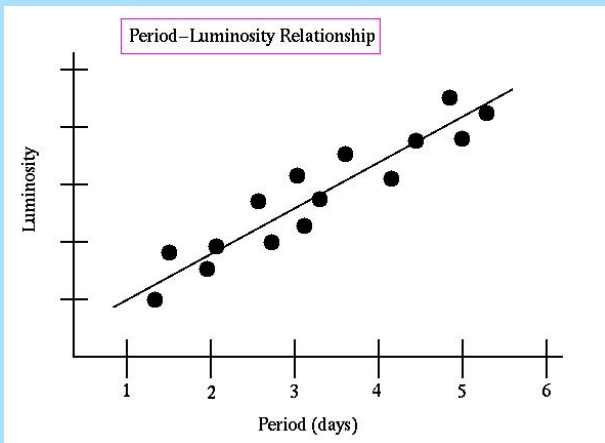
Dus de energie blijft even opgesloten. Daardoor **zet de ster uit**.

Maar dan koelt deze weer af totdat de He^{++} weer recombineert, zodat de laag weer **doorzichtig** wordt.

Dan ontsnapt weer energie door de laag en **trekt de ster weer samen**.



Er blijkt een nauwe relatie te zijn tussen de absolute magnitude en de periode, de zgn. **Periode-lichtkracht relatie**.



Dit is als volgt te begrijpen.

Neem weer de ruwe vergelijking voor de druk in een ster

$$\bar{p} \approx \frac{G\rho M}{R}$$

De pulsatie vatten we op als een geluidsgolf (het heeft tenslotte met druk te maken) in de ster met een golflengte van de orde van de straal R .

De geluidssnelheid in een gas is

$$c_s = \sqrt{\frac{\gamma p}{\rho}}$$

Hier is $\gamma = c_p/c_v$ de verhouding van de specifieke warmten bij gelijke druk en volume.

Dus de periode P is

$$P \approx \frac{R}{c_s} \approx R \left(\frac{\gamma GM}{R} \right)^{-1/2}$$

Met $M \propto \rho R^3$ wordt dit

$$P \propto \frac{1}{\sqrt{\rho}}$$

of

$$\log P + 0.5 \log \rho = \text{constant}$$

Nu nemen we de dichtheid volgens $\rho = 3M/4\pi R^3$ en
 $L = 4\pi R^2 \sigma T_e^4$:

$$\rho \propto T_e^6 L^{-3/2} M$$

En aangezien de bolometrische magnitude rechtstreeks van de lichtkracht L afhangt met

$$M_{\text{bol}} = -2.5 \log L + \text{constante}$$

krijgen we

$$\log P + \frac{1}{2} \log M + \frac{3}{10} M_{\text{bol}} + 3 \log T_e = \text{constant}$$

Hierin kunnen we de relatie al in principe zien. Want M en M_{bol} zijn gecorreleerd.

De instability strip loopt bijna verticaal, dus T_e is bijna constant.

Dan is er een relatie tussen M_{bol} en P .

Calibratie van de massa's als functie van de lichtkracht in de instability strip geeft

$$M_{\text{bol}} - M_{\text{bol},\odot} = -1.81 - 8.22 \log \frac{M}{M_{\odot}}$$

De bolometrische correctie volgt uit de gedetailleerde energie verdeling als

$$M_{\text{bol}} = M_V + 0.145 - 0.322(B - V)$$

De effectieve temperatuur hangt af van de kleur-index

$$\log T_e = 3.886 - 0.175(B - V)$$

En als we dit alles samen nemen krijgen we

$$\log P + 0.239M_V - 0.602(B - V) = \text{constant}$$

Omdat de instability strip smal is in $(B - V)$ en deze kleur index ongeveer constant (en dus alleen een kleine correctie) is er een nauwe **periode–lichtkracht relatie**.

Voor een ster kunnen we uit de periode de absolute magnitude schatten en met de schijnbare magnitude de afstand uitrekenen.

Het nulpunt moet wel gecalibreerd worden. Dit kan met pulserende sterren in **bolhopen** of nu met rechtstreekse afstanden met **HIPPARCOS**.