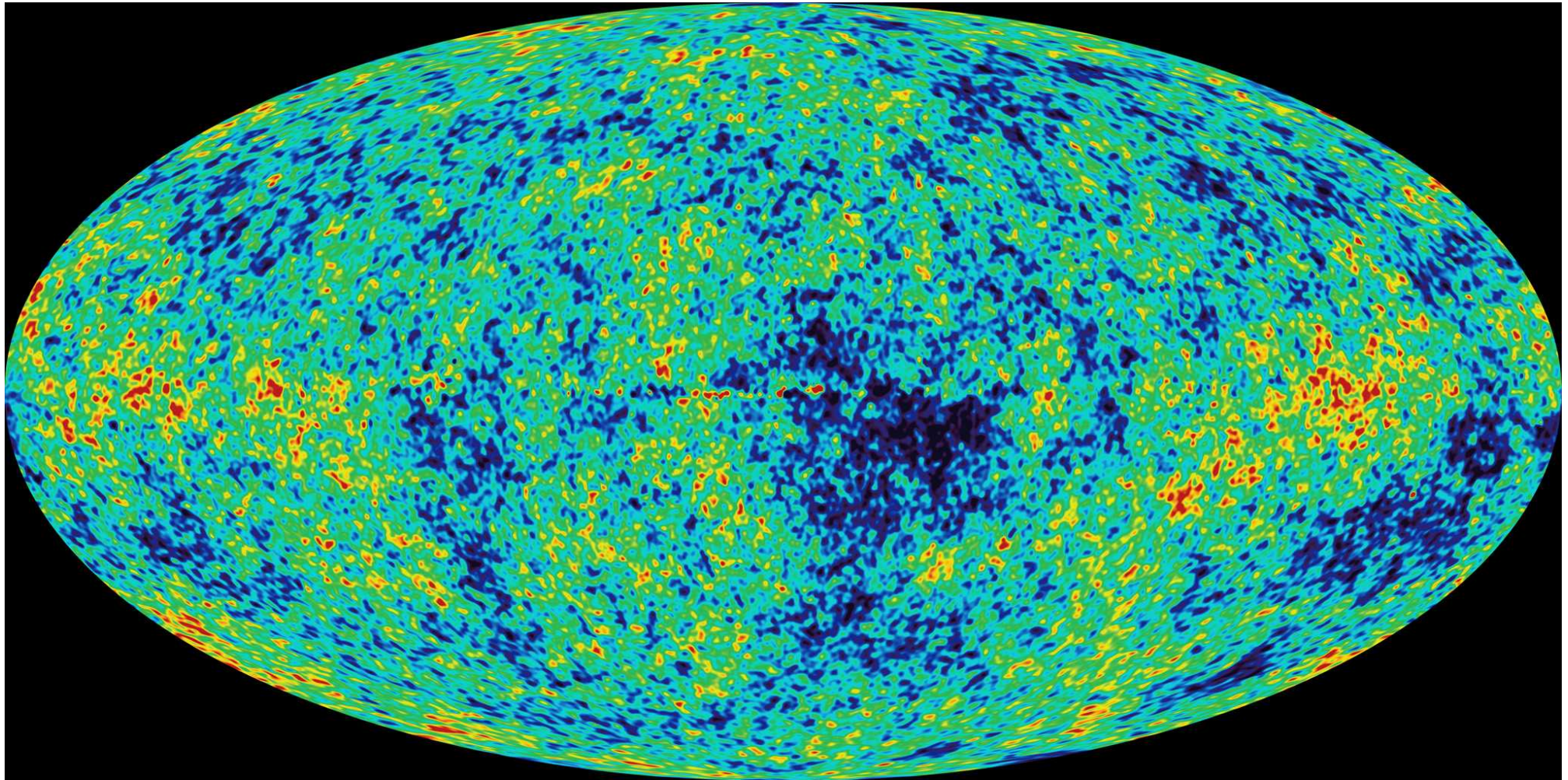


Kosmologie

Oorsprong van het heelal, ontstaan van de eerste objecten en structuren, evolutie van de ruimtelijke verdeling van materie.



Kosmologie begint in de oudheid (Anaximander, Plato, Pythagoras)

Doorbraak in de 20^e eeuw met Einstein's Algemene Relativiteitstheorie en het werk van Friedmann en Lemaitre

Nu hebben we de HOT BIG BANG theorie

Hoofdzaken:

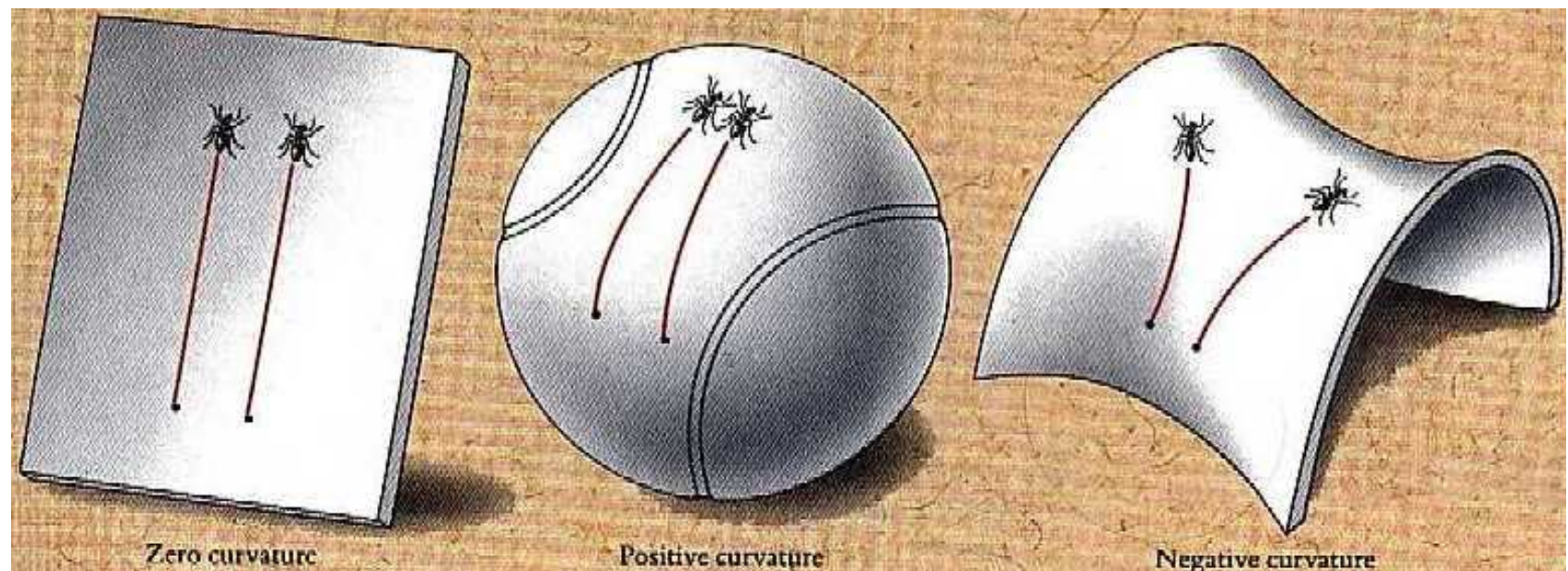
- zwaartekracht domineert de evolutie van het heelal en de invloed wordt beschreven door de algemene relativiteitstheorie
- alles in het heelal volgt het *kosmologisch principe*:
 - het heelal is *homogeen* (ziet er in alle richtingen hetzelfde uit)
 - het heelal is *isotroop* (ziet er vanuit elke locatie hetzelfde uit)

Door introductie van de *algemene relativiteitstheorie* is het nodig in andere concepten te denken dan de klassieke mechanica.

De *kromming van de ruimte-tijd* is belangrijk, niet de klassieke zwaartekracht op afstand volgens Newton: de zwaartekracht beïnvloedt de kromming van de ruimte en daardoor de bewegingen van lichamen en straling:

immers: ieder lichaam beweegt langs een *geodeet*, de weg van een vrij vallend lichaam. In de ruimte hoeft een geodeet geen rechte lijn te zijn en in een sterk zwaartekrachtsveld zijn geodeten dan ook gekromd.

De drie geometrieën die mogelijk zijn voor een homogeen en isotroop heelal:



De *Newtoniaanse Kosmologie* (eenvoudig af te leiden) als kennismaking

De beweging van een testdeeltje in een homogene bol met dichtheid ρ wordt alleen bepaald door de massa binnen de straal R waarop het deeltje zich bevindt:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM(R)}{R^2} \quad \text{waarbij} \quad M(R) = 4\pi \int_0^R \rho(r) r^2 dr = \frac{4\pi\rho R^3}{3} \quad (1)$$

Vermenigvuldiging met $\frac{dR}{dt}$ levert dan
$$\frac{dR}{dt} \frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{GM(R)}{R^2} \frac{dR}{dt}$$

Deze vergelijking kunnen we integreren over tijd en herschrijven als:

$$\int_0^t \frac{dR}{dt} \frac{d^2 R}{dt^2} dt + \int_0^t \frac{GM(R)}{R^2} \frac{dR}{dt} dt = \int_0^t \frac{dR}{dt} \frac{d^2 R}{dt^2} dt + \int_0^{R(t)} \frac{GM(R)}{R^2} dR = 0 \quad (2)$$

Passen we de kettingregel toe op $\left(\frac{1}{2} \frac{dR}{dt}\right)^2$ dan vinden we

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{1}{2} \frac{dR}{dt} \right)^2 \right] = 2 \left(\frac{1}{2} \frac{dR}{dt} \right) \frac{d}{dt} \left(\frac{dR}{dt} \right) = \frac{dR}{dt} \frac{d^2 R}{dt^2} \quad \text{en hiermee is}$$

de integraalvergelijking (2) op te lossen. We vinden dan

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dR}{dt} \right)^2 - \frac{GM(R)}{R} = \frac{kc^2}{2}$$

De term $kc^2/2$ komt uit de algemene relativiteits theorie met $k = -1, 0, +1$

Met vergelijking (1) voor $M(R)$ volgt hieruit het Newton equivalent van de *veldvergelijking* uit de algemene relativiteitstheorie

$$\rightarrow \boxed{\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = \frac{8\pi G \rho R^2}{3} + kc^2 = \frac{2GM}{R} + kc^2} \quad (3)$$

Definiëren we de *Hubble konstante* H_0 en de *deceleratie parameter* q_0 als

$$H_0 = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt} \quad \text{en} \quad q_0 = \frac{4\pi G \rho(t)}{3H_0^2} = \frac{\Omega}{2} = -R \left(\frac{dR}{dt} \right)^{-2} \frac{d^2 R}{dt^2}$$

Ω is de dichtheids parameter. Deze wordt in de moderne kosmologie vaak gebruikt in plaats van q_0 .

Invullen in (3) levert de volgende algemene vergelijking:

$$\boxed{\left(\frac{dR}{dt} \right)^2 = 2q_0 H_0^2 R^2 - kc^2 = -\frac{kc^2}{1-2q_0}} \quad (4)$$

Deze vergelijking beschrijft de expansie van het heelal. Laten we deze nader bekijken voor de verschillende waarden van k (0, -1 en +1).

$k = 0$, het *kritische* of *Einstein – de Sitter* heelal

Volgens (4) is $k = 0$ alleen mogelijk als $q_0 = 1/2$

Dan geldt vervolgens $\frac{dR}{dt} \propto R^{-1/2}$ zodat $R \propto t^{2/3}$

Oplossing van de veldvergelijking wordt dan (gebruik $\frac{\rho_0}{\rho} = \left(\frac{R_0}{R}\right)^{-3}$
om ρ in R uit te drukken): $R = R_0 (6\pi G \rho_0)^{1/3} t^{2/3}$

Uit de definitie van H_0 volgt dan: $\frac{1}{H_0} = \frac{2}{3}t$

met $H_0 = 72$ km/sec/Mpc volgt dan dat $t = 9 \times 10^9$ jaar

$k = 0$, het *kritische* of *Einstein – de Sitter* heelal

Invullen van $q_0 = 1/2$ geeft: $\rho_{crit} = \frac{3H_0^2}{8\pi G}$

met $H_0 = 72$ km/sec/Mpc volgt dan dat $\rho_{crit} = 1.12 \times 10^{-29}$ g /cm³

Dit is de dichtheid die in staat is om de expansie van het heelal te stoppen op $t = \infty$ ($R = \infty$)

Het Einstein – de Sitter Heelal wordt daarom ook wel het *kritische* heelal genoemd.

Wiskundig komt $k = 0$ neer op het geval van een niet gekromde, Euclidische ruimte.

De dichtheidsparameter Ω geeft dan de verhouding tussen de dichtheid en de kritische dichtheid. De moderne waarde voor Ω is 0.2

$$k = -1$$

Omdat $\left(\frac{dR}{dt}\right)^2$ positief is volgt dat $q_0 < \frac{1}{2}$

Dan wordt de veldvergelijking $\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} - c^2$

Hieraan zien we dat als het heelal expandeert $\frac{dR}{dt}$ kleiner wordt en op een gegeven moment 0 wordt.

M.a.w. de expansie stopt en zal omkeren in contractie (de Big Crunch)

Dit is het geval als de dichtheid in het heelal groter is dan de kritische dichtheid ρ_{crit}

In dit geval noemen we het heelal *gesloten*.

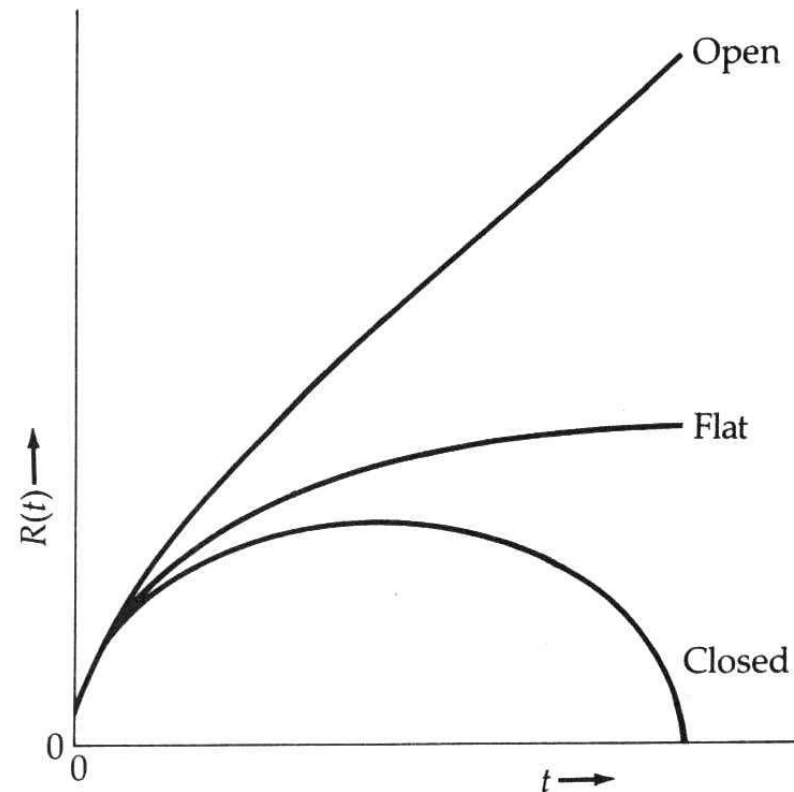
$$k = +1$$

Omdat $\left(\frac{dR}{dt}\right)^2$ positief is volgt dat $q_0 > \frac{1}{2}$

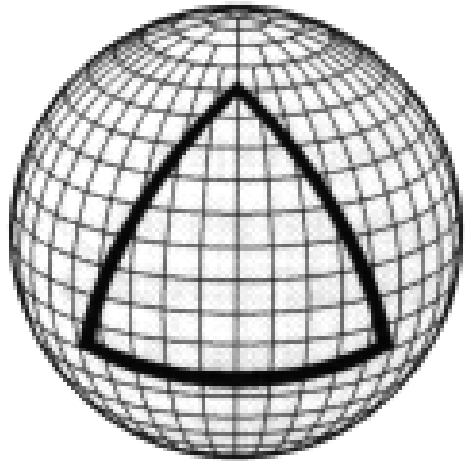
Dan wordt de veldvergelijking $\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 = \frac{2GM}{R} + c^2$

De expansie gaat oneindig lang door en het heelal is *open*.

Alle drie gevallen
grafisch samengevat:

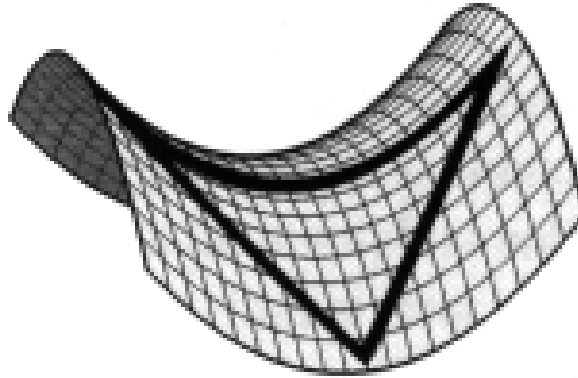


Of in termen van de geometrie van de gekromde ruimte:



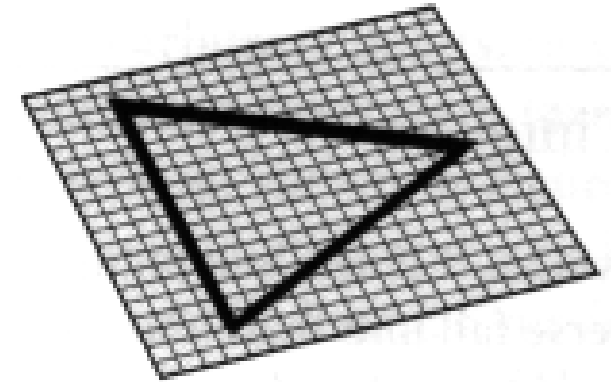
Closed Geometry

$$k = -1$$



Open Geometry

$$k = +1$$



Flat Geometry

$$k = 0$$

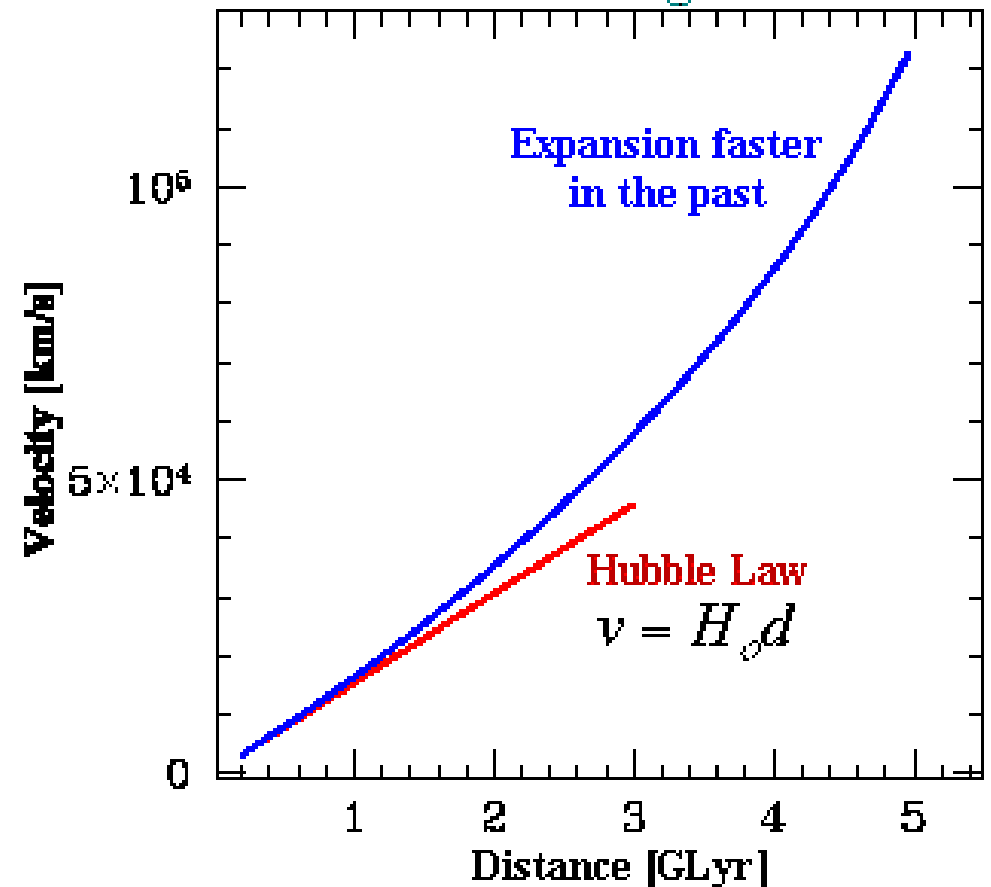
q_0 en dus Ω zijn te bepalen door te kijken naar de verandering in de waarde van de Hubble constante met afstand (= tijd).

Dit wordt tegenwoordig gedaan m.b.v. supernovae dit tot op grote afstanden kunnen worden gedetecteerd omdat ze zo helder zijn ($M \sim -18$)

Het samenstellen van het *Hubble diagram* (rechts) is dus een kwestie van het vinden van objecten waarvoor de roodverschuiving en de afstand onafhankelijk bepaald kunnen worden.

De kromming van de blauwe lijn hangt af van Ω .

Evolution of Expansion Parameter Hubble Diagram



Einstein kon geen statische oplossing voor de veldvergelijking vinden en introduceerde de kosmologische konstante Λ .

Dan wordt de beginvergelijking

$$\frac{1}{R} \frac{d^2 R}{dt^2} = -\frac{4\pi\rho R}{3} + \frac{\Lambda c^2}{3}$$

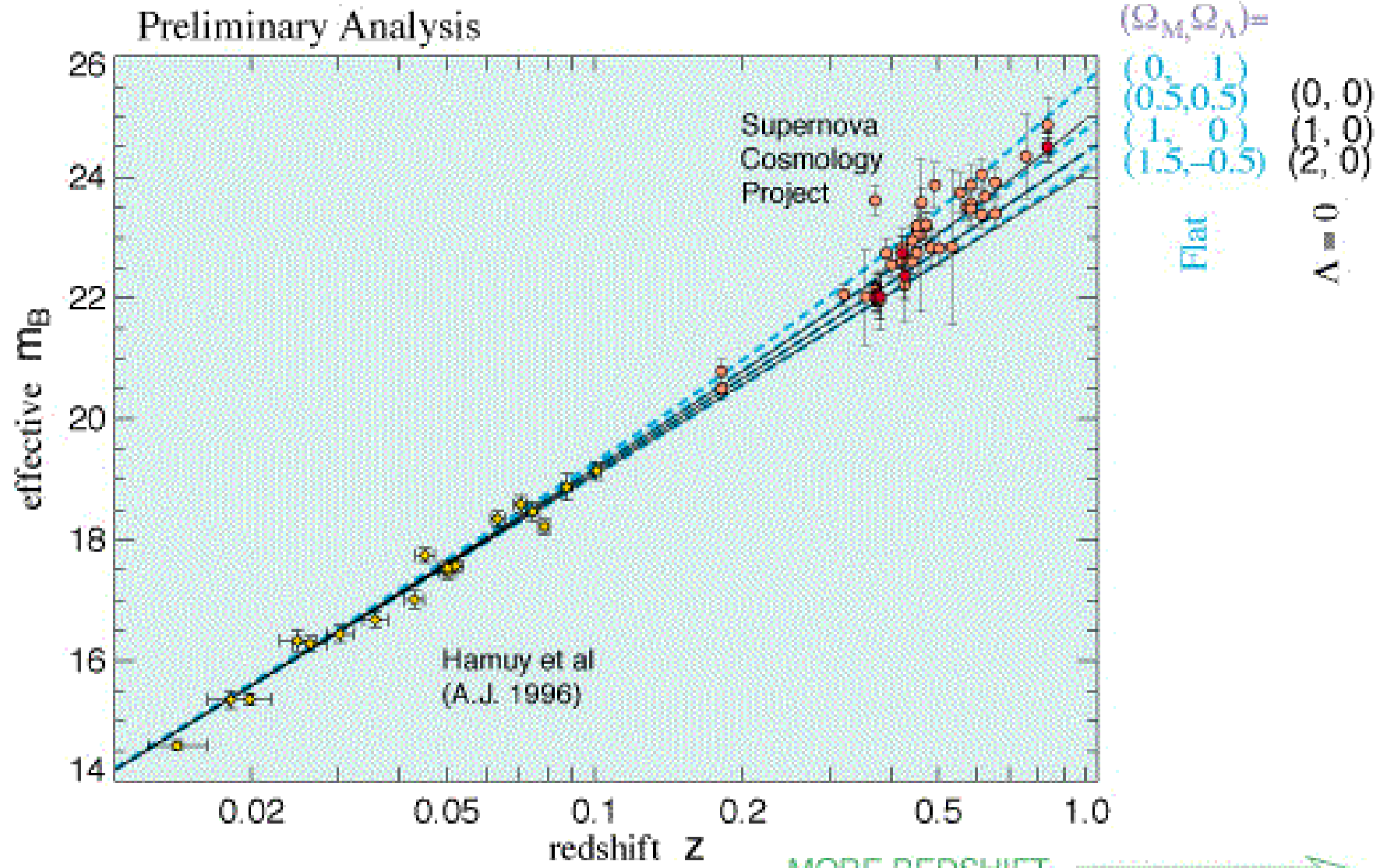
De term met Λ is een soort extra afstotende kracht, onafhankelijk van afstand. Voor oplossen splitst men doorgaans Ω in een deel als gevolg van de materidichtheid in het heelal (Ω_M) en een deel als gevolg van de parameter Λ (Ω_Λ).

Voor Ω_Λ geldt:
$$\Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H_0^2}$$

Deze term Λ vertegenwoordigd de z.g. dark energie, een extra energie die de expansie van het heelal beïnvloed, naast de invloed van de zwaartekracht, i.e. de massadichtheid.

De eerste resultaten van het gebruik van Supernovae zijn hieronder te zien:

Hubble Plots

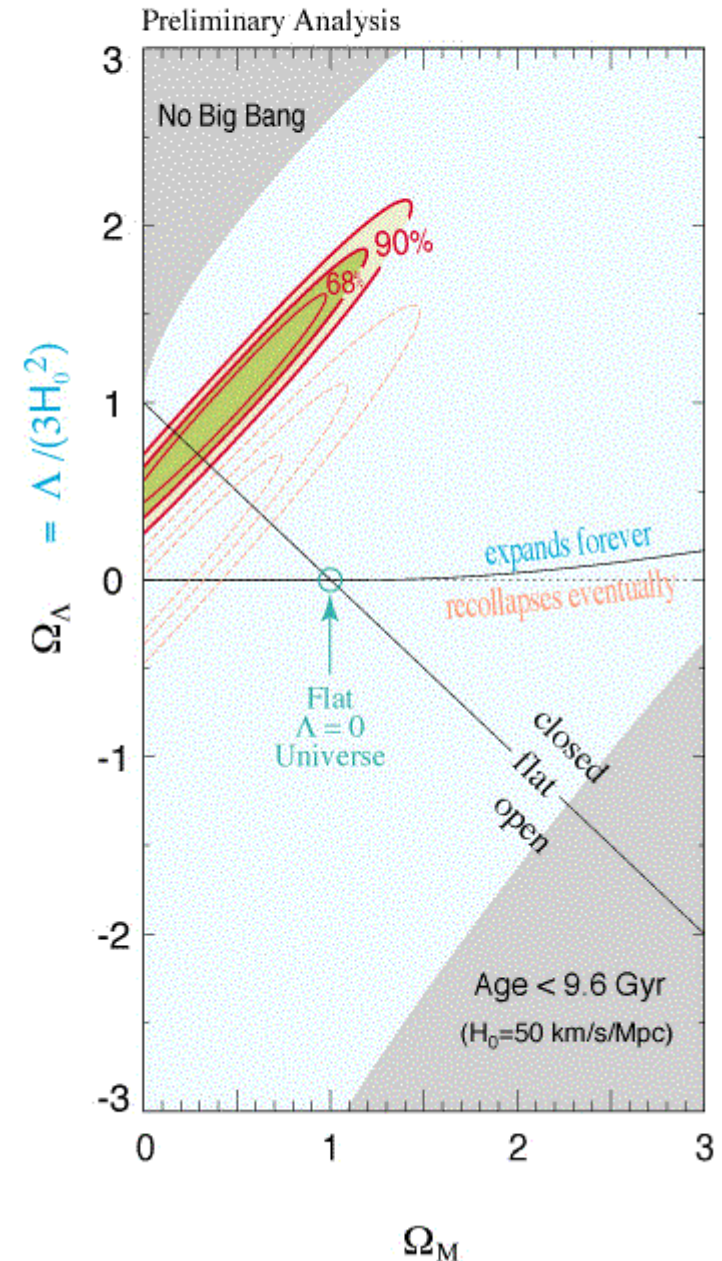


En voor de parameters Λ en Ω geven de Supernova projecten als eerste resultaat het diagram dat hiernaast te zien is.

Afgebeeld zijn Ω_Λ versus Ω_M met in het diagram contouren die de waarschijnlijkheid aangeven dat Ω_Λ en Ω_M een bepaalde waarde hebben.

De nieuwste waardes zijn $\Omega_\Lambda = 0.73$ en $\Omega_M = 0.27$

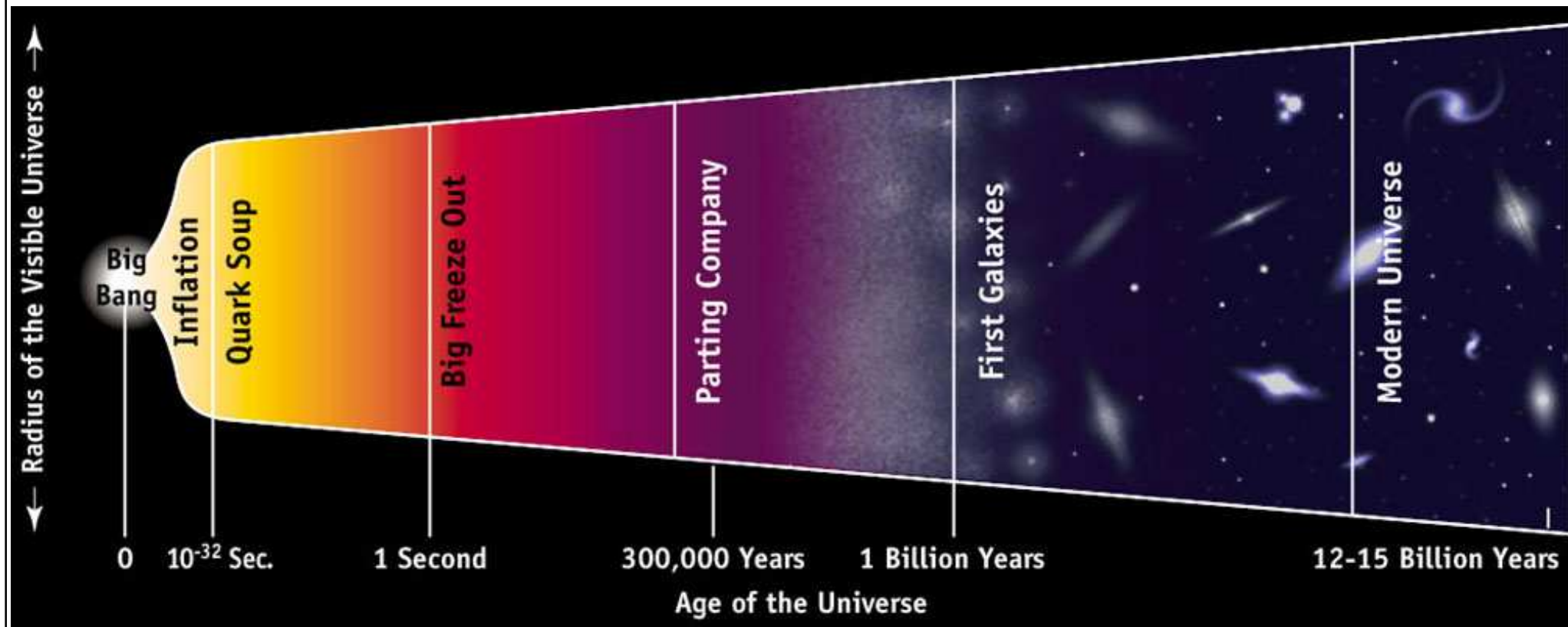
Results: Ω vs Λ from 40 supernovae



De BIG BANG: andere aspecten

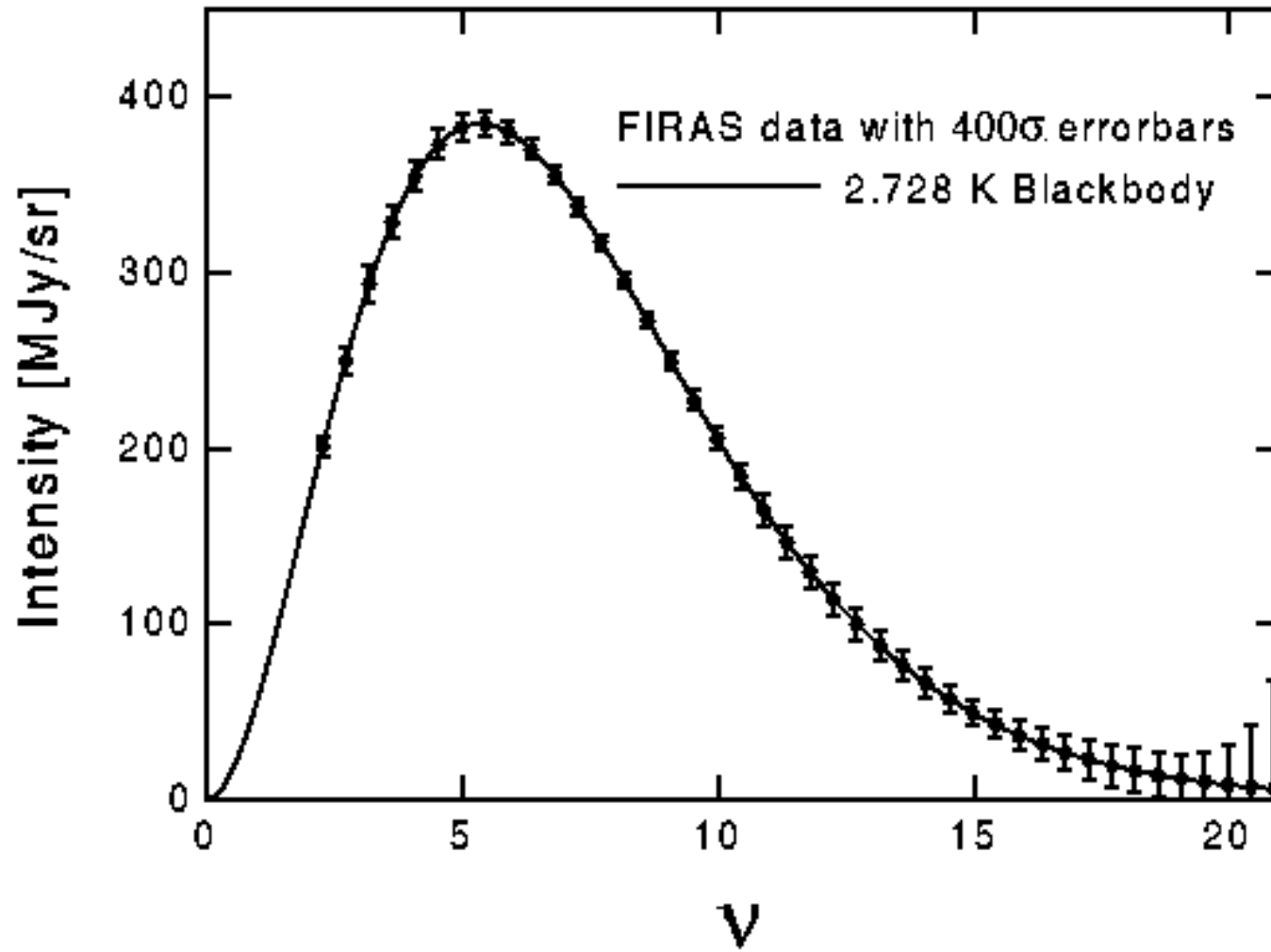
De BIG BANG theorie doet ook specifieke voorspellingen voor de abundanties van de elementen op grond van de zogenoemde *primordial nucleosynthesis* die plaats vond toen het heelal nog heel dicht en heet was.

De volgorde van gebeurtenissen is als volgt en hieronder schematisch weergegeven.

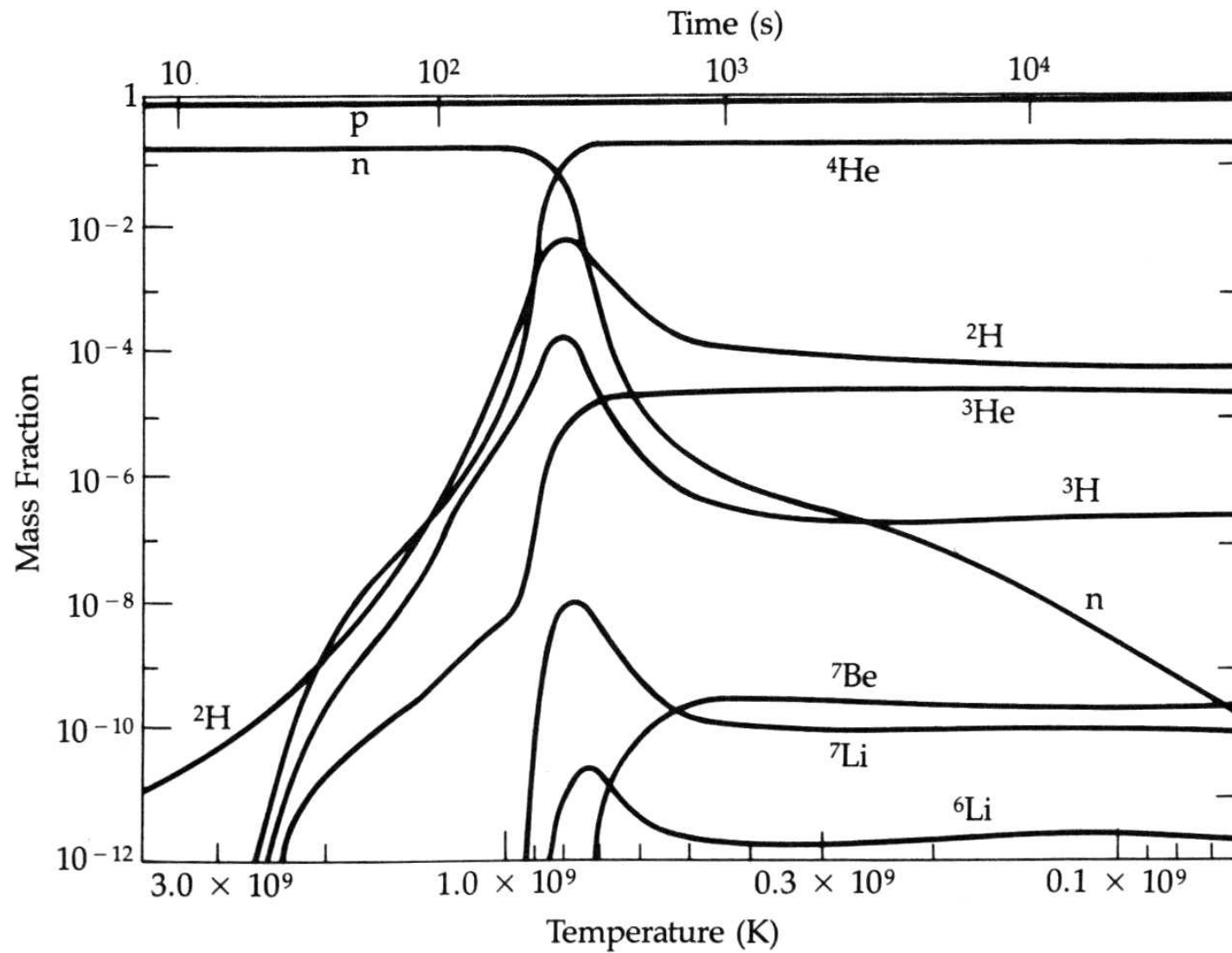


In woorden:

- De eerste 100 000 jaar is het heelal dicht, heet (meer dan 1 miljard K) en ondoorzichtig voor de eigen straling.
- Na de eerste 3 minuten recombineerden protonen en neutronen en vormden kleine Helium ruwweg in de verhouding 75% H en 25% He. Deze verhouding zien we nu nog en volgt uit de verhoudingen van de protonen en neutronen die gegeven wordt door de theorie van de *zwakke wisselwerking* tussen deeltjes. Ook werden er “sporen” Beryllium en Lithium gevormd en een grote hoeveelheid neutrino's die nu nog bestaat.
- Na ongeveer 1 miljoen jaar zijn de dichtheid en temperatuur (ca. 3000 K) van het heelal zo ver afgenomen dat de waterstof kan recombineren en het heelal transparant kan worden voor eigen straling. Fotonen kunnen “vrij” bewegen en zijn tot op de dag van vandaag waarneembaar als de kosmische achtergrondstraling.
- Deze achtergrondstraling is in de loop van de tijd afgekoeld tot een equivalente zwarte lichaams temperatuur van $T = 2.726 \pm 0.010$ K



Spectrum van de Cosmic Microwave Background



Primordial Nucleosynthesis grafisch weergegeven

Evolutie van het kosmische stralingsveld

Volgens de thermodynamica geldt: $d(uV) + pdV = dQ$

waarbij u de energiedichtheid is van het stralingsveld (d.w.z. $u = a T^4$, [de relatie tussen a en σ . de konstante van Stefan-Boltzmann, is $\sigma = a c / 4$]), V het volume, p de druk (d.w.z. de stralingsdruk $u / 3$) en dQ de toename in energie (warmte, en die is 0).

Dus dan geldt: $Vdu + udV + \frac{u}{3}dV = Vdu + \frac{4}{3}udV = 0$

Voor een bolvormig volume met straal R geldt: $V = \frac{4\pi R^3}{3}$

en $dV = 4\pi R^2 dR$

Voor u en du geldt verder : $u = aT^4$ en $du = 4aT^3 dT$

en herschrijven levert : $\frac{4}{3}aT^4 4\pi R^2 dR + \frac{4}{3}\pi R^3 4aT^3 dT = 0$

Dus volgt: $TdR + RdT = 0$ en dus $\frac{dT}{T} = -\frac{dR}{R}$

Deze vergelijking kunnen we integreren wat ons oplevert :

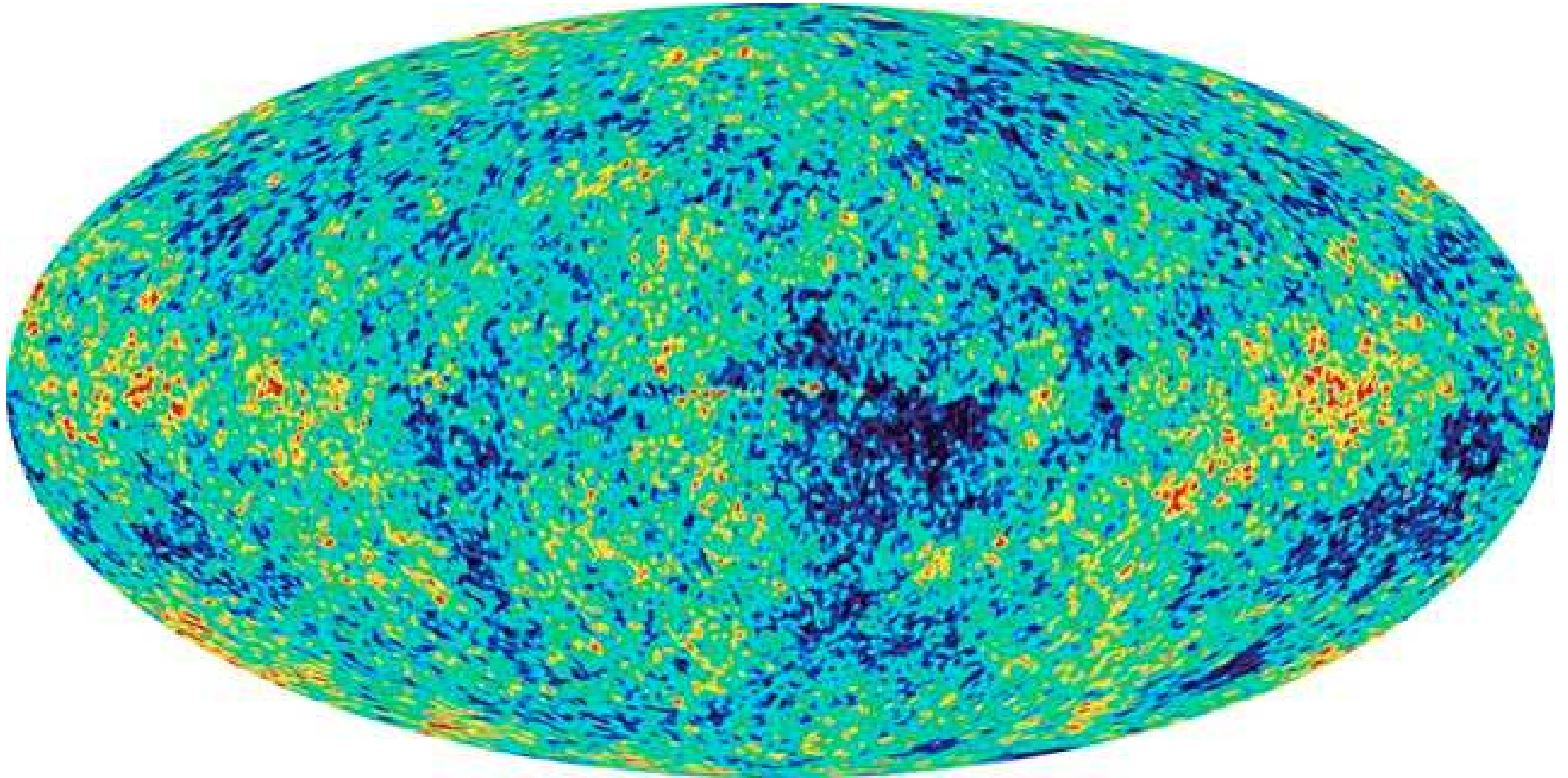
$$\ln T = -\ln R \rightarrow T \propto R^{-1}$$

Dit betekent dat het kosmologisch stralingsveld omgekeerd evenredig met R afkoelt. M.a.w. voor $R = 0$ geldt $T = \infty$ en voor $R = \infty$ geldt $T = 0$.

De afkoeling is het gevolg van het groter wordende volume. De achtergrondstraling, die oorspronkelijk op het moment van recombinitie een temperatuur van zo'n 4000 K had is inmiddels afgekoeld tot een temperatuur van 2.73 K

Omdat voor zwarte lichaamsstraling de verschuivingswet van Wien geldt zien we dat voor de golflengte van de piek van het spectrum van het stralingsveld geldt $\lambda \propto R$ en dat de straling dus met het heelal mee expandeert.

De meest recente metingen van de CMB (Cosmic Microwave Background) zijn die van de WMAP satelliet



Analyse van de temperatuur (= dichtheids) fluctuaties in dit image geeft:
 $\Omega_{\Lambda} = 0.73$, $\Omega_{\mathbf{M}} = 0.27$ en $H_0 = 72$ km/sec/Mpc

De WMAP resultaten voor de CMB (Cosmic Microwave Background) zijn het resultaat van een *groot* aantal bewerkingen van de gegevens.

Belangrijkst zijn het **verwijderen** van bronnen van **voorground** straling:

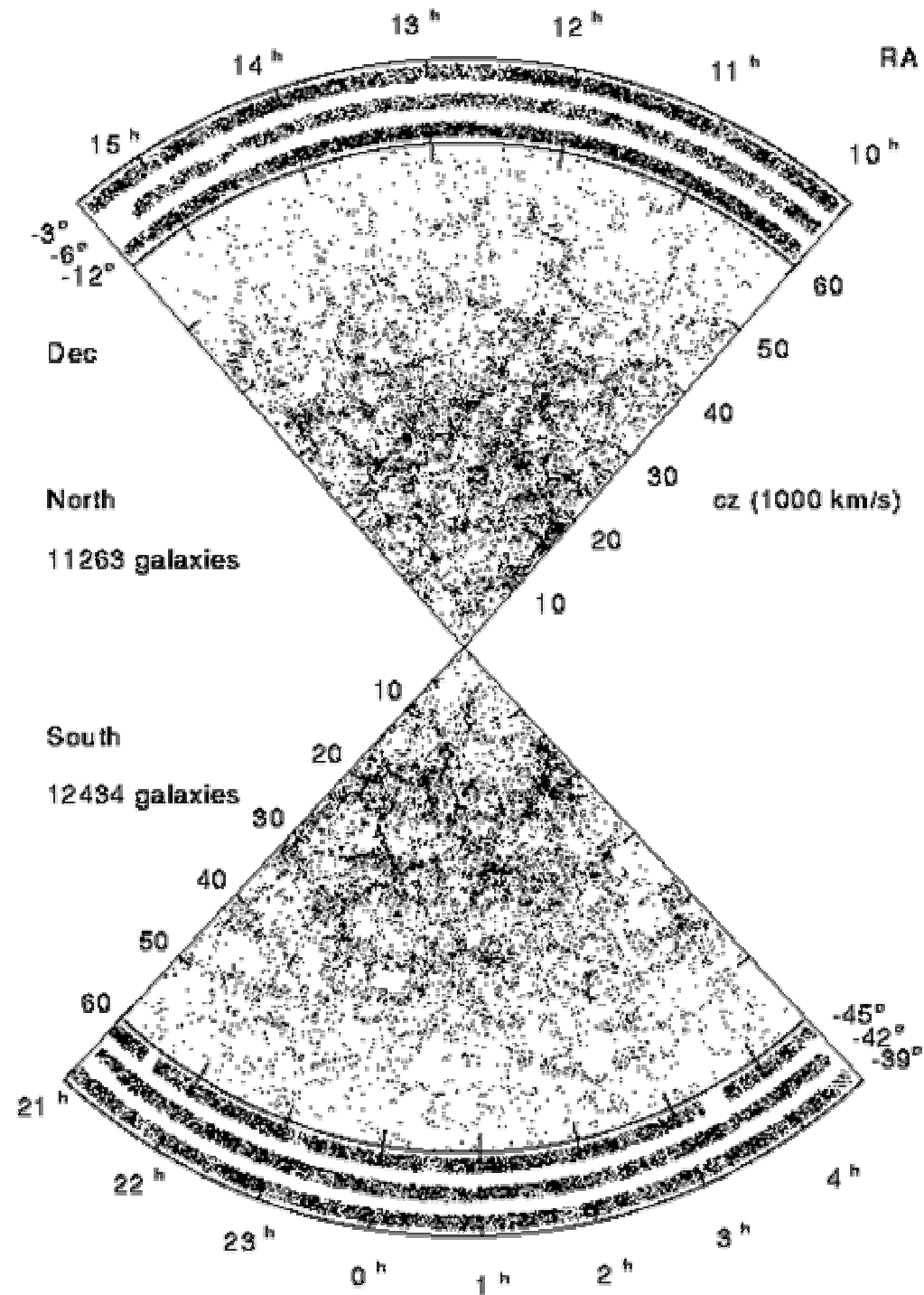
- Synchrotron straling van de Melkweg
- Thermische straling van het hete ISM in de Melkweg
- Thermische straling van het stof in de Melkweg
- Straling van andere melkwegstelsels
- Straling van alle andere puntbronnen

Uigebreide uitleg over deze correcties en de gevolgde procedures is te vinden op de CMB website van NASA:

<http://lambda.gsfc.nasa.gov> onder **WMAP** en vervolgens **Products**

De Las Campanas Survey van melkwegstelsels

Laat zien dat de verdeling van melkwegstelsels niet uniform is maar bestaat uit clusters en groepen, filamenten en “voids”



Kosmologische dienen nu te beschrijven hoe de structuur die door de melkwegstelsels wordt opgespannen ontstaat en evolueert.

Gegeven:

- de achtergrond en bijbehorende dichtheidsfluctuaties
- een groot deel van de materie is donkere materie
- evolutie in de structuur van toen tot nu

Leidde tot de **Cold Dark Matter theorie** van de vorming van structuren en melkwegstelsels.

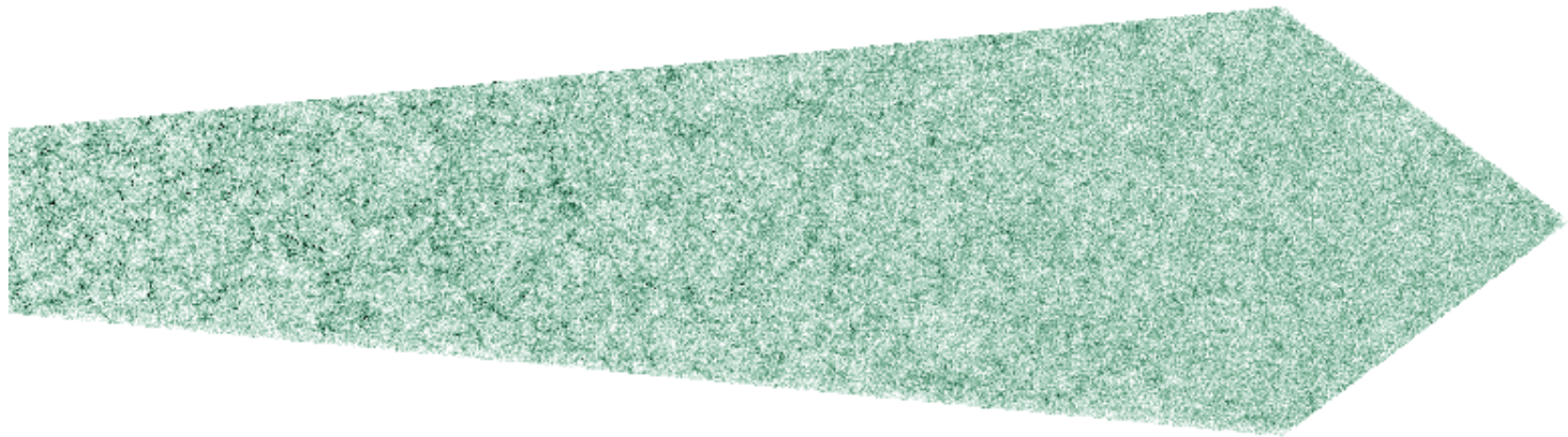
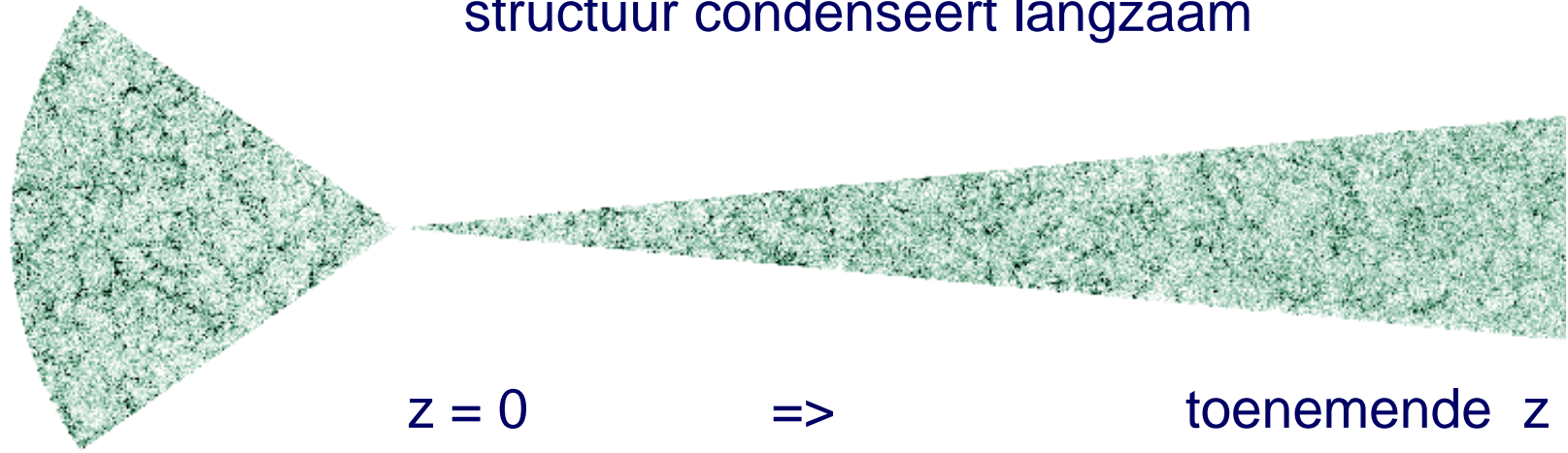
CDM simulaties ondersteunen:

- de waargenomen structuurvorming
- bouwen melkwegstelsels via merging van kleine oerstelseltjes

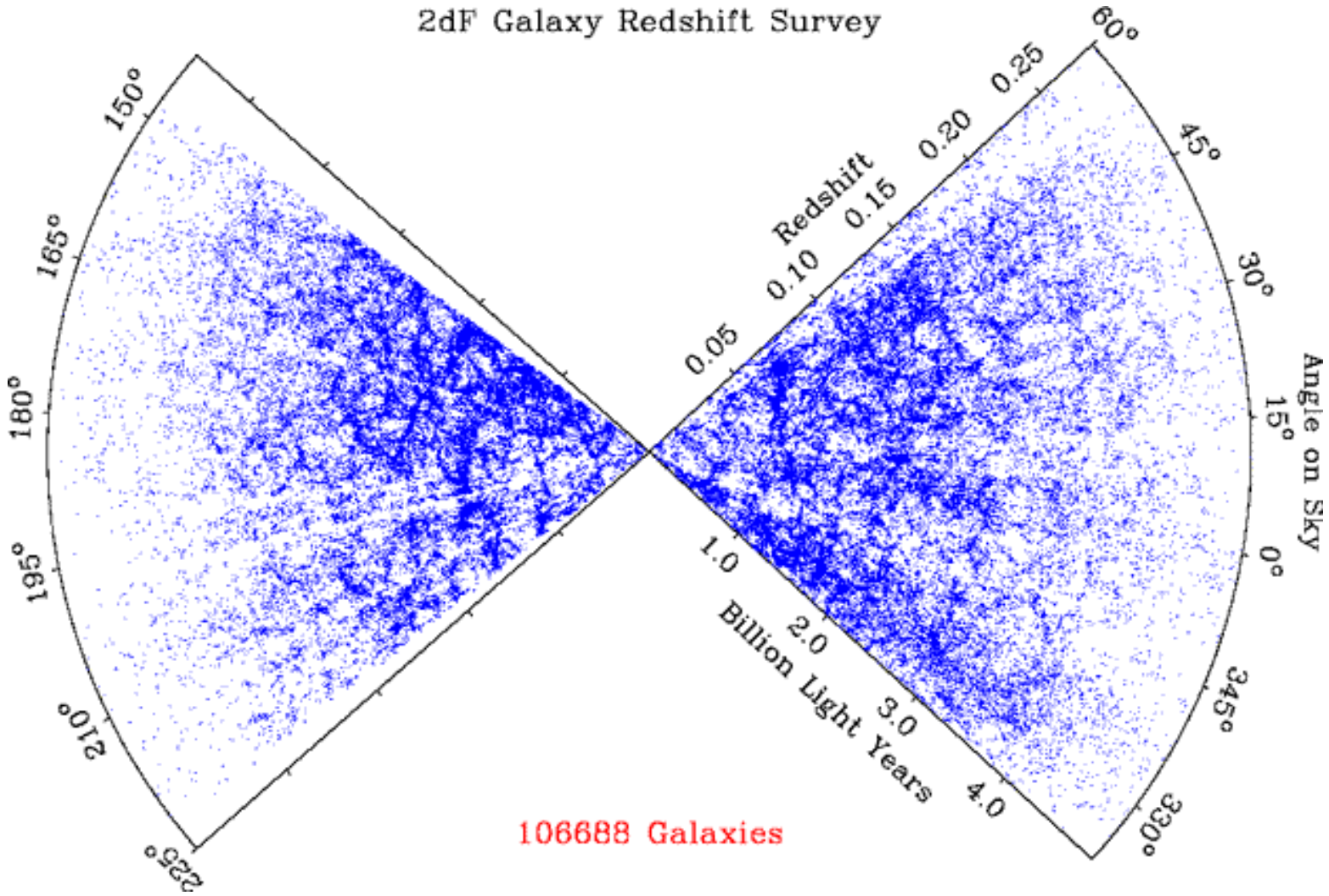
Voor simulaties zie: <http://www.mpa-garching.mpg.de/galform/virgo/>

VIRGO simulatie van structuurvorming

structuur condenseert langzaam



De nieuwste survey die gereed is: 2dF
een survey gedaan met de Anglo Australian Telescope



Nieuwste survey: **Sloan Digital Sky Survey:** <http://www.sdss.org/>

Gegevens worden nog steeds verwerkt,
de eerste gegevens zijn beschikbaar

- ~ 4000 vierkante graad
- 141 miljoen objecten
- 500 000 spectra

